

ДИССИПАТИВНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ

I. ОХЛАЖДЕНИЕ И НАГРЕВ СИСТЕМЫ ДВОЙНЫМИ ЗВЕЗДАМИ

*В. И. Докучаев, Л. М. Озерной **

Рассмотрены основные процессы, ведущие к образованию в звездной системе «прочных», или «жестких», пар, т. е. двойных звезд, у которых энергия связи превышает среднюю кинетическую энергию звезд скопления. Предполагается, что изначально двойные звезды в системе отсутствуют. Скорость образования жестких пар посредством приливного захвата несвязанных звезд (этот процесс был хорошо изучен ранее) сопоставлена с подробными расчетами образования жестких пар путем приливного упрочнения мягких. Мягкие пары появляются в результате двух процессов: при (диссипативных) двойных встречах и при (бездиссипативных) тройных встречах. Показано, что в больших звездных системах, таких как шаровые скопления и ядра галактик, последний процесс вносит относительно малый вклад по сравнению с двойными встречами.

Далее рассмотрены процессы диссипации энергии из звездной системы при образовании в ней связанных пар, а также нагрев звездной системы, обусловленный упрочнением жестких пар при их взаимодействии с одиночными звездами (последний процесс становится существенным лишь после того, как завершится приливная циркуляризация орбиты пары). В звездных системах с параметрами типичных шаровых скоплений диссипация энергии, связанная с образованием двойных звезд, преобладает над нагревом, обусловленным упрочнением жестких пар; малость нагрева связана с тем, что образующиеся пары после циркуляризации их орбит оказываются чрезмерно жесткими. В звездных системах с параметрами ядер галактик образующиеся жесткие пары оказываются очень тесными, но после приливного перетекания вещества на одну из компонент и превращения ее в белый карлик или нейтральную звезду они способны к дальнейшему упрочнению. Фактором, ограничивающим сопутствующий нагрев звездной системы, является излучение парой гравитационных волн. Указаны условия, при которых нагрев двойными в ядрах галактики может преобладать над охлаждением.

Вычисленные скорости охлаждения и нагрева звездной системы двойными звездами составляют необходимую основу для исследования влияния, которое оказывают образующиеся жесткие пары на эволюцию звездных систем, рассматриваемую в ч. II настоящей серии работ.

Basic processes of the formation of hard binaries with binding energy exceeding the mean kinetic energy of the single stars in stellar systems are considered. It is supposed that initially there are no binaries in the system. The rate of the hard binaries formation due to tidal capture of nonbound single stars (this process was well investigated earlier) is compared with detailed calculations of the rate of hard binaries formation due to tidal hardening of the soft ones. Soft binaries are appeared in consequence of two processes: (I) in the time of dissipative double encounters and (II) nondissipative triple encounters of the single stars. It is shown that the last processes are uncommon in comparison with the double encounters in such large stellar systems as globular clusters and galactic nuclei.

Energy dissipation processes in stellar system due to bound binaries formation as well as the heating processes due to the hardening of hard binaries are further considered. The origin of the last process is the superelastic interection of hard binaries (after completion of the tidal circularization of binary's orbit) with the single stars. Energy dissipation connected with binary formation in the stellar system with parameters of typical globular clusters predominates over heating of the system by the hardening of hard binaries. In the last case effectness of the heating is conditioned by the fact that binaries after formation and tidal circularization of their orbits would become mainly very hard. Hard binaries which are formed in the stellar systems with parameters of typical galactic nuclei turn out to be very close. But after tidal matter exchange between components and transformation one of them into the compact white dwarf or the neutron star they would be capable

* Сотрудник Физического института АН СССР им. П. Н. Лебедева (г. Москва).

of further hardening. The factor which can set limit on the accompanying heating of the stellar system is the gravitational radiation by binaries. Conditions under which the heating of the galactic nuclei by hard binaries predominates over the cooling in the time of dissipative tidal interactions of single stars are found.

The calculated rates of dissipative cooling and superelastic heating of the stellar system connected with hard binaries make up the basis for the investigation of the hard binaries influence on the stellar systems evolution. This is the matter of Paper II.

1. Введение

К настоящему времени теория эволюции гравитирующих систем точечных масс под действием их упругих взаимодействий может считаться в основных чертах завершенной. Однако тот факт, что звезды имеют конечные размеры, приводит к многообразным эффектам неупругой эволюции (таким, как столкновения звезд, их разрушение или слипание, приливное образование двойных звезд и т. п.), которые в реальных звездных системах могут играть существенную роль, особенно на конечных стадиях их эволюции. В последние годы большое внимание было привлечено к вопросу о влиянии двойных звезд, имеющих в компактной системе N тел, на эволюцию этой системы [1—4]. Наиболее важное значение здесь имеют прочные, или жесткие, пары [5, 6], т. е. пары, энергия связи которых $x > \beta^{-1}$. Здесь $\beta^{-1} = mv^2/3$; $v = (v^2)^{1/2}$ — дисперсия скоростей звезд в системе; m — масса отдельной звезды, которая для простоты обычно предполагается одинаковой у всех звезд. Жесткие пары не только не разрушаются при гравитационном взаимодействии с другими звездами, но, напротив, они способны упрочняться, т. е. передавать часть своей энергии звездам скопления и тем самым влиять на его эволюцию.

При последовательном исследовании эволюции большой системы N тел необходимо рассмотреть образование в ней двойных, что особенно важно, если число их первоначально было мало. Спизер и Харт [7] и Хегги [4] показали, что в больших системах число двойных, образующихся при (бездиссипативных) трехтельных сближениях, пренебрежимо мало. В то же время образование двойных в таких системах может эффективно идти, при учете конечных размеров звезд, посредством приливных двухтельных взаимодействий [8, 9]. В этом процессе значительная часть двойных сразу образуется жесткими. Однако Мильгром и Шапиро [10] привели доводы, что более эффективно образование мягких пар (в основном при трехтельных встречах), которые затем упрочняются в ходе приливной диссипации энергии уже при одном прохождении периастра. Обзор этих вопросов, а также эффектов охлаждения и нагрева звездной системы, обусловленных образованием и упрочнением жестких пар, дан Лайтманом и Шапиро [11].

Образование жестких пар связано с отнятием кинетической энергии у звездной системы, т. е. с ее охлаждением. В этом же направлении действует обычное испарение звезд. Упрочнение же жестких пар (при их взаимодействии с одиночными звездами) приводит к передаче части их энергии связи скоплению, т. е. к его нагреву. До настоящего времени влияние охлаждения [10] и нагрева [12] вновь образующимися жесткими парами на эволюцию звездной системы рассматривалось в основном раздельно. Однако даже при таком упрощенном подходе целый ряд качественных вопросов остался нерешенным.

Цель настоящей работы состоит в детальном исследовании как скоростей образования мягких и жестких пар в большой системе N тел, так и связанных с ними диссипативных процессов. Материал статьи организован следующим образом. В разделе 2а изложена качественная картина процессов нагрева и охлаждения звездной системы, связанная с образованием жестких пар и их упрочнением при взаимодействии с одиночными звездами. Эта картина количественно обоснована в следующих разделах. В разделе 3 рассмотрено приливное образование мягких и жестких пар

при двойных взаимодействиях и приливное упрочнение этих пар. В разделе 4 рассчитано образование мягких пар при тройных сближениях и их приливное упрочнение. Раздел 5 содержит рассмотрение различных диссипативных процессов, связанных с образованием жестких пар, включая те из них, которые охлаждают звездную систему. В разделе 6 рассчитан нагрев системы, связанный с упрочнением жестких пар с циркуляризованными орбитами в ходе их встреч с отдельными звездами. В разделе 7 получены астрофизические ограничения на верхнюю границу интервала энергий связи тех жестких пар, которые нагревают звездную систему, и обоснованы выводы, касающиеся относительной роли нагрева и охлаждения звездной системы образующимися в ней жесткими парами.

2. Процессы охлаждения и нагрева звездной системы, связанные с двойными звездами

а. Качественная картина. В большой системе N тел образование двойных звезд и их взаимодействие с единичными звездами происходит посредством разнообразных процессов, часть которых сопровождается поглощением энергии, часть — выделением, а некоторые процессы являются бездиссипативными. Чтобы быть легко обозримыми, эти процессы сведены воедино на рис. 1.

Двойные звезды, как мягкие, так и жесткие, образуются при (бездиссипативных) тройных встречах и при (диссипативных) двойных встре-

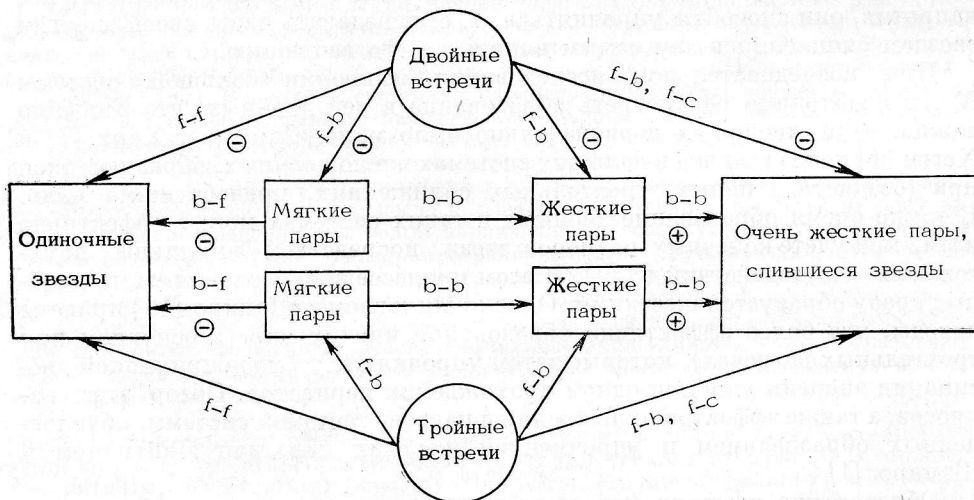


Рис. 1. Схема эволюции двойных звезд, образовавшихся от (диссипативных) двойных встреч и (бездиссипативных) тройных встреч одиночных звезд.

Показаны свободно-свободные ($f-f$), свободно-связанные ($f-b$), связанно-свободные ($b-f$) переходы и столкновения звезд ($f-c$); эти переходы (за исключением случаев, когда они обусловлены тройными встречами) приводят к диссипации энергии из звездной системы (помечено знаком минус в кружке). Упрочнение жестких пар приводит к нагреву звездной системы (помечено знаком плюс в кружке). Упрочнение мягких пар в связанно-связанных ($b-b$) переходах не сопровождается изменением энергии звездной системы.

чах. Часть мягких пар при встречах с единичными звездами разрушается, а другая часть способна превращаться в жесткие в результате приливной диссипации части кинетической энергии при одном или нескольких, вплоть до многих, прохождениях периастра. В ходе этого процесса орбиты как мягких, так и жестких пар, которые первоначально являются, вообще говоря, сильно эксцентричными, циркуляризируются, после чего приливная диссипация энергии прекращается. Среди образовавшихся этим путем

жестких пар имеется много таких, которые способны на дальнейшее упрочнение при взаимодействии с одиночными звездами системы. Как показано в разделе 2б, энергия связи таких пар должна лежать в пределах $\beta^{-1} < x_e < 79\beta^{-1}$, где под x_e здесь и всюду ниже понимается энергия связи пары с уже циркуляризованной орбитой. В результате взаимодействия с жесткой парой одиночные звезды увеличивают свою кинетическую энергию, а те из них, которые получают скорости, большие параболической, эжектируются из скопления. Очень жесткие пары, энергии связи которых $x_e > 79\beta^{-1}$, из-за эффекта отдачи получают столь большую скорость, что сами эжектируются из скопления.

Хегги [1] отметил качественную аналогию между взаимодействием звезд, ведущим к образованию пар и их последующему разрушению или упрочнению, и переходами электронов в атоме. Перечисленные выше процессы могут быть наглядно изображены по аналогии с атомными переходами, как это показано на рис. 2, куда включены и диссипативные процессы, не рассмотренные Хегги.

Аналогия с атомными переходами делает легко понятным, в каких процессах от звездной системы, в которой двойные звезды образуются и взаимодействуют с одиночными звездами, энергия отнимается и какие процессы служат источниками ее нагрева. Процессы, охлаждающие звездную систему, помечены на рис. 1 знаком минус, а нагревающие — знаком плюс. Отметим, что переходы $b-b$ (приливная циркуляризация мягких и жестких пар при одном или многократных проходах периастра), хотя и являются диссипативными, но не приводят к изменению скорости центра масс двойной системы и, следовательно, не влекут за собой ни нагрева, ни охлаждения звездной системы.

Для учета в полном объеме влияния двойных звезд на эволюцию звездной системы необходимо учесть все процессы «приливного трения», ведущие к д и с с и п а ц и и энергии системы (это сделано в разделе 5) и сравнить ее с результирующим н а г р е в о м звездной системы жесткими двойными. Для расчета этого нагрева необходимо знать, во-первых, полную скорость образования жестких пар, способных греть систему, и, во-вторых, среднюю энергию, которую эти пары передают звездам скопления. Поскольку границы энергии жестких пар, при которых они могут нагревать звездную систему, связаны с величиной передаваемой энергии, остановимся вначале на последней.

б. Средняя энергия, передаваемая скоплению жесткой двойной после циркуляризации ее орбиты. В случае звезд одинаковой массы m (что будет предполагаться всюду ниже) скорость, с которой жесткая пара ($\beta x > 1$) с энергией связи x передает энергию y налетающей одиночной звезде, определяется передаточной функцией [5]

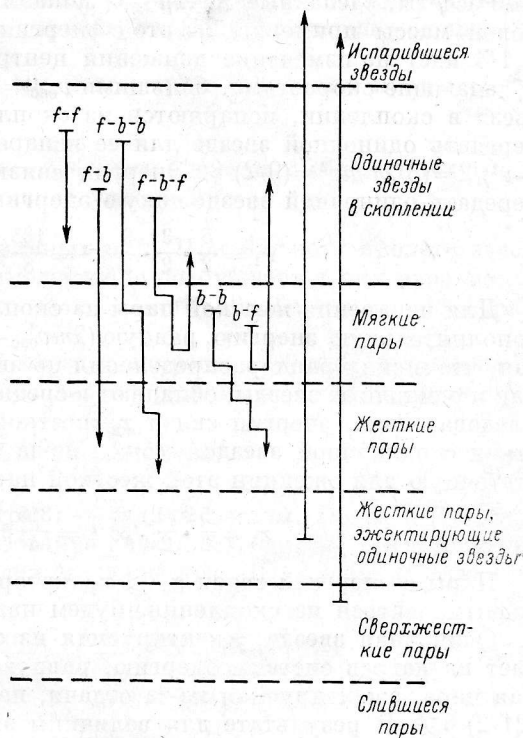


Рис. 2. Разрушение и упрочнение пар в звездной системе, показанное по аналогии с атомными переходами.

$$Q(x, y) \approx 45m^{7/2}\beta^{1/2}G^2 \begin{cases} x^{-2} \exp(\beta y) & \text{для } y < 0; \\ x^{5/2}(x+y)^{-9/2} & \text{для } y > 0. \end{cases} \quad (2.1)$$

Из (2.1) видно, что процессы, сопровождаемые передачей отрицательной энергии от жесткой пары, экспоненциально подавлены. Для средней передаваемой энергии \bar{y} получим:

$$y = \int_{-\infty}^{\infty} Q(x, y) y dy \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} Q(x, y) dy = \frac{2}{5} x, \quad \beta x \gg 1. \quad (2.2)$$

Расчеты, сделанные Хегги [5] показывают, что в случае звезд одинаковой массы примерно 2/3 этой энергии передается одиночной звезде, а 1/3 идет на изменение движения центра масс жесткой пары. Звезды, обладающие скоростями, большими $v_{\text{esc}} = 2v$, где v — дисперсия скоростей звезд в скоплении, испаряются из скопления. Энергия, которую нужно передать одиночной звезде для ее испарения, в среднем равна $m(v_{\text{esc}}^2 - v^2)/2 = (3/2)mv^2 = (9/2)\beta$. Энергия связи x_1 жесткой пары, способной передать одиночной звезде такую энергию, составляет с учетом (2.2)

$$x_1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{2} \beta^{-1} = \frac{135}{8} \beta^{-1} = 16.875\beta^{-1}. \quad (2.3)$$

Для испарения жесткой пары из скопления ей необходимо приобрести дополнительную энергию, равную $(2mv_{\text{esc}}^2 - mv^2)/2 = (7/2)mv^2 = (21/2)\beta$, считая, что в силу равномерного распределения по энергиям в системе жесткие пары, как и одиночные звезды, обладают в среднем кинетической энергией $mv^2/2$. Следовательно, энергия связи x_2 жесткой пары, которая при взаимодействии с одиночной звездой может из-за отдачи приобрести энергию, достаточную для эжекции этой жесткой пары из системы, составляет

$$x_2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{21}{2} \cdot 3\beta^{-1} = \frac{315}{4} \beta^{-1} = 78.75\beta^{-1}. \quad (2.4)$$

Пары с энергией связи $x_c > x_2$, которые благодаря отдаче сами могут эжектироваться из скопления, будем называть очень жесткими.

Одиночная звезда, эжектируемая из скопления жесткой парой, передает на нагрев системы энергию, равную $(9/2)\beta^{-1}$. Соответственно жесткая пара, эжектируемая из-за отдачи, передает системе энергию, равную $(21/2)\beta^{-1}$. В результате для величины энергии ξ , идущей на нагрев системы при однократном взаимодействии жесткой или очень жесткой пары с одиночной звездой, получим

$$\xi = \begin{cases} (2/5)x_c & \text{при } \beta^{-1} < x_c < x_1, \\ (2/15)x_c + (9/2)\beta^{-1} & \text{при } x_1 < x_c < x_2, \\ 15\beta^{-1} & \text{при } x_2 < x_c, \end{cases} \quad (2.5)$$

где x_1 и x_2 определяются соответственно формулами (2.3) и (2.4).

При $\beta^{-1} < x_c < x_1$ жесткие двойные еще не способны выбрасывать одиночные звезды из скопления и вся энергия $(2/5)x_c$, выделяющаяся в среднем при упрочнении одной жесткой пары, идет на нагрев скопления. Жесткие пары с энергией $x_1 < x_c < x_2$ уже могут эжектировать из скопления одиночные звезды, а очень жесткие пары ($x_c > x_2$) сами эжектируются из скопления вследствие отдачи. При этом лишь часть измененной энергии связи двойной идет на нагрев, а остальная часть уносится из скопления.

Итак, для определения скорости нагрева звездной системы нужно вычислить скорость образования в ней жестких пар, у которых орбиты уже циркуляризованы, а энергия связи лежит в пределах

$$\beta^{-1} < x_c < x_{\text{max}}, \quad (2.6)$$

где x_{max} — максимальная энергия связи жестких пар, участвующих в нагреве звездной системы. Эта величина определяется физическими харак-

теристиками жесткой двойной, которые будут обсуждаться в разделе 7. Отметим, что сверхжесткие пары ($x_0 > x_2$) в случае $x_2 < x_0 < x_{\max}$ дают вклад в нагрев звездной системы только при однократном взаимодействии с одиночными звездами, и вкладом их в нагрев мы будем пренебрегать, за исключением специально оговоренных случаев.

Интересующие нас жесткие пары могут образовываться в звездной системе в следующих процессах:

а) при диссипативном приливном взаимодействии, т. е. в свободно-связанных ($f-b$) переходах, и последующем приливном упрочнении, сопровождающемся циркуляризацией орбиты двойной;

б) путем бездиссипативных тройных (а также более кратных) сближений и в последующем приливном упрочнении, сопровождающемся циркуляризацией орбиты.

В следующих двух разделах мы рассмотрим названные процессы по отдельности.

3. Образование пар при диссипативных двойных сближениях и их приливное упрочнение

а. **Скорость образования связанных пар.** При близком пролете звезд мимо друг друга приливное взаимодействие возбуждает в них нерадиальные колебания, в результате чего часть кинетической энергии звезд диссипирует в тепло [8].

Модельный расчет, в котором звезды аппроксимируются политропами индекса три [9], дает для энергии, диссипируемой при однократном прохождении периастра,

$$\Delta E \approx 2^{7/3} \frac{Gm^2}{r} \left(\frac{r}{R_{\min}} \right)^{10}, \quad (3.1)$$

где R_{\min} — расстояние до периастра; r — радиус звезды. Пресс и Тюкольский [9], которые учитывали образование связанных пар ($\beta x > 0$) при однократном диссипативном прохождении периастра, получили следующую скорость их производства:

$$N_{f-b} = \frac{29.4}{\lg(0.4N)} \frac{N}{10^5} \left(\frac{r}{R_{\odot}} \right)^{9/10} \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right)^{-9/10} \left(\frac{v}{10 \text{ км/с}} \right)^{9/5} t_r^{-1}. \quad (3.2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} t_r &= \frac{v^3}{15.4 G^2 m^2 n \ln(0.4N)} = \\ &= 3.0 \cdot 10^6 \left(\frac{\Lambda}{5} \right)^{-1} \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right)^{-2} \left(\frac{v}{10 \text{ км/с}} \right)^3 \left(\frac{n}{10^6 \text{ пс}^{-3}} \right)^{-1} \text{ лет} = 1.5 \cdot 10^8 \times \\ &\times \left(\frac{\Lambda}{8} \right)^{-1} \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right)^{-2} \left(\frac{v}{200 \text{ км/с}} \right)^3 \left(\frac{n}{10^7 \text{ пс}^{-3}} \right)^{-1} \text{ лет} \end{aligned} \quad (3.3)$$

— время релаксации (численные значения отвечают характерным условиям в шаровых скоплениях и ядрах галактик соответственно); n — концентрация звезд; $\Lambda = \lg(0.4N)$.

Для корректного расчета нагрева звездной системы нужно принять во внимание, что в нагреве принимают участие не все имеющиеся в звездной системе пары звезд, а лишь те жесткие пары, энергия связи которых лежит в интервале $\beta^{-1} < x_0 < x_{\max}$ [см. (2.6)]. Остальные звездные пары либо разрушаются ($\beta x < 1$), либо становятся очень жесткими и выбрасываются из звездной системы, если $x_0 > x_2$.

Запишем соотношения, которые управляют эволюцией связанных звездных пар в процессе циркуляризации их орбит при приливном упрочнении. Каждая связанная пара звезд характеризуется энергией связи x и эксцентриситетом e , которые подчиняются следующему соотношению:

$$e^2 = 1 - \frac{4xJ^2}{G^2 m^5}, \quad (3.4)$$

где J — орбитальный момент пары. При приливном образовании пары этот момент равен

$$J = (Gm^3 R_{\min_0})^{1/2}, \quad (3.5)$$

где R_{\min_0} — расстояние до периастра в момент образования пары (при первом сближении звезд). Расстояние до периастра R_{\min} при последующих сближениях звезд в паре связано с x и e соотношением

$$R_{\min} = \frac{Gm^2}{2x} (1 - e). \quad (3.6)$$

Орбитальный момент J , как правило, значительно превышает собственный угловой момент звезд в паре. Поэтому процесс эволюции пары будет определяться в основном законом сохранения орбитального момента: $J = \text{const}$.

В результате при прохождении периастра орбита пары скругляется (эксцентриситет e уменьшается), а сама пара становится более жесткой (энергия связи x увеличивается). При этом будет оставаться постоянным соотношение

$$\frac{x}{1 - e^2} = \frac{G^2 m^5}{4J^2} = \frac{Gm^2}{4R_{\min_0}}. \quad (3.7)$$

Отсюда следует, что максимальная энергия связи, которую может приобрести пара в процессе циркуляризации орбиты в результате диссипации энергии при многих последовательных прохождении периастра, составляет

$$x_c = \frac{x_0}{1 - e_0^2}, \quad (3.8)$$

где x_0 и e_0 — соответственно энергия связи пары и эксцентриситет орбиты пары в момент ее образования. Отметим, что пока $1 - e^2 \ll 1$, из (3.4) — (3.6) и закона сохранения орбитального момента J следует, что $R_{\min} \approx R_{\min_0}$ и соответственно каждое прохождение периастра сопровождается диссипацией энергии $\Delta E \approx \text{const}$.

Жесткие пары с циркуляризованными орбитами и энергией связи в интервале (2.6) при последующем взаимодействии с одиночными звездами упрочняются и нагревают звездную систему. При каждом таком взаимодействии орбиты жестких пар, вообще говоря, становятся более эксцентричными. Та часть жестких пар, у которых приобретенные эксцентриситеты удовлетворяют неравенству

$$1 - e < 2^{37/30} (\beta x)^{9/10} \left(\frac{Gm^2 \beta}{r} \right)^{-9/10} \approx 0.062 \left(\frac{m}{M_\odot} \right)^{-9/10} \left(\frac{r}{R_\odot} \right)^{9/10} (\beta x)^{9/10} \left(\frac{v}{100 \text{ км/с}} \right)^{9/5},$$

т. е. оказываются очень близкими к единице,* способна приливным образом упрочиться еще задолго до очередного взаимодействия с одиночными звездами. Однако численные расчеты Хиллса [3] и Хегги [5] показывают, что распределение приобретаемых эксцентриситетов близко к равномерному, так что доля пар, выбывающих из греющего интервала энергий связи (2.6), очень мала, и мы в дальнейшем будем ею пренебрегать.

б. Превращение мягких пар в жесткие ($f-b-b$ -переходы). Звездные пары (как мягкие, так и жесткие), которые при образовании в процессе

* Эта формула справедлива при $1 - e \ll 1$. Если же $(\beta x)^{9/10} (v/100 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1})^{9/5} \gg 1$, то компоненты двойной оказываются в близком соседстве, что приводит к проливному перетеканию вещества и быстрой эволюции одной из компонент, превращающейся в белый карлик или нейтронную звезду (см. более подробно раздел 7). В результате радиус этой компоненты значительно уменьшается, что восстанавливает неравенство $1 - e \ll 1$. Таким образом, это неравенство оказывается выполненным не только в условиях шаровых скоплений ($v \approx 10 \div 30 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$), но и ядер галактик ($v \approx 100 \div 200 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$).

парного приливного взаимодействия одиночных звезд приобрели параметры x_0 и e_0 , удовлетворяющие соотношениям

$$\beta^{-1} < \frac{x_0}{1 - e_0^2} < x_{\max}, \quad (3.9)$$

после циркуляризации орбит превращаются в жесткие пары с энергией связи в диапазоне $\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$. Но мягкая ($\beta x < 1$) пара только в том случае сможет стать жесткой, если время $T(x)$, необходимое для приливного упрочнения этой пары до энергии связи β^{-1} , окажется меньше времени разрушения $t_s(x)$ этой пары в результате случайных встреч с одиночными звездами системы:

$$T(x) < t_s(x), \quad (3.10)$$

где t_s равно [5, 6]

$$t_s(x) = \frac{3^{3/2}}{20\pi^{1/2}} G^{-2} m^{-7/2} n^{-1} \beta^{-1/2} x \approx \lg(0.4N) \beta x t_r. \quad (3.11)$$

Время приливного упрочнения пары $T(x)$, выраженное через орбитальный период двойной звезды с энергией связи x

$$P(x) = \frac{\pi}{2} G m^{5/2} x^{-3/2}, \quad (3.12)$$

составляет

$$T(x) = \sum_{k=0}^{\infty} P(x_k) = P(x) \sum_{k=0}^{\infty} \left(1 + \frac{\Delta E}{x} k\right)^{-3/2} \approx \begin{cases} 2P(x) \frac{x}{\Delta E} & \text{при } \Delta E \ll x < \beta^{-1}; \\ 2.61P(x) & \text{при } x \approx \Delta E < \beta^{-1}; \\ P(x) & \text{при } x \ll \Delta E < \beta^{-1}. \end{cases} \quad (3.13)$$

Здесь учтено, что

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^{-3/2} = 2.61. \quad (3.14)$$

В частном случае $x \ll \Delta E < \beta^{-1}$ из условия упрочнения пары $t_s(x) > \frac{1}{2} P(x)$ получаем нижнюю границу энергии связи мягкой пары, успевающей до своего разрушения стать прочной [10]:

$$x > x_m \equiv 16N^{-1/6} \beta^{-1}. \quad (3.15)$$

Однако при превращении мягких пар в жесткие основной вклад будут вносить те мягкие пары, для которых $\Delta E \sim x < \beta^{-1}$. Для этих пар условие (3.10), определяющее возможность их упрочнения, равносильно следующему:

$$x > x_n \equiv \left[2 \sum_{k=1}^{\infty} k^{-3/2} \right]^{2/5} x_m \approx 31N^{-1/6} \beta^{-1}. \quad (3.16)$$

в. Скорость превращения мягких пар в жесткие путем приливного упрочнения. Вычислим теперь скорость образования жестких пар, энергия связи которых в процессе приливной циркуляризации орбит оказывается в диапазоне $\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$. Эта скорость дается интегралом

$$\dot{N}_{f-b-b} = \frac{N}{2} \int_0^{\infty} d^3u f(u) u \int_{p_1}^{p_2} 2\pi p dp \quad (3.17)$$

(множитель $1/2$ появляется потому, что мы рассматриваем звезды идентичной массы). Прицельный параметр p и функция распределения звезд $f(u)$ по относительным скоростям звезд u задаются соответственно выражениями

$$p = R_{\min} \left(\frac{4Gm}{u^2 R_{\min}} + 1 \right)^{1/2} \approx (4GmR_{\min}/u^2)^{1/2}; \quad (3.18)$$

$$f(u) = (4\pi v^2/3)^{-3/2} \exp(-3u^2/4v^2). \quad (3.19)$$

Область интегрирования в (3.17) по r определяется совместным выполнением условия (3.10) и условий

$$1 < \frac{Gm^2\beta}{4R_{\min}} < \beta x_{\max}; \quad (3.20)$$

$$\frac{1}{2} \frac{m}{2} u^2 + x_n < \Delta E < \frac{1}{2} \frac{m}{2} u^2 + x_{\max}, \quad (3.21)$$

которые следуют из (3.1), (3.7) и (3.9). Физический смысл этих условий прозрачен: (3.20) означает, что энергия связи циркуляризованной орбиты принадлежит греющему интервалу энергий связи (2.6), а неравенство (3.21) означает, что энергия, диссипируемая при однократном прохождении периастра, должна быть меньше x_{\max} , но больше минимальной энергии связи x_n , которая определяет возможность упрочнения и дается формулой (3.16).

После интегрирования (3.17) по области, определяемой неравенствами (3.20) и (3.21) и показанной на рис. 3, получим

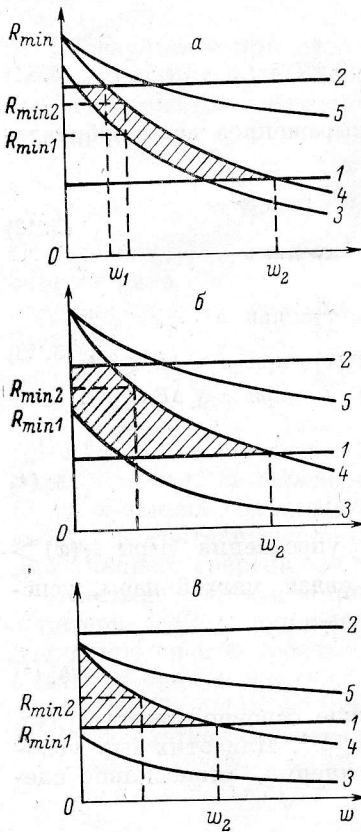


Рис. 3. Область интегрирования в (3.17) на плоскости ($w = mu^2\beta/4$, R_{\min}).

Условием (3.20) соответствует область между кривыми 1 и 2, условием (3.21) — область между кривыми 3, 4. Условию (3.10), т. е. $T(x) < t_s(x)$, отвечает область под кривой 5. Абсцисса пересечения кривых 2 и 4 есть $w_1 = g^{10} - \beta x$, где g определяется формулой (3.24), а $\beta x_n \ll 1$ формулой (3.16). Абсцисса пересечения кривых 1 и 4 есть $w_2 = (\beta x_{\max} g)^{10} - \beta x_p$. Область интегрирования (заштриховано) ограничена кривыми 1—5. В зависимости от параметров звездной системы v и N возможны следующие случаи.

а) $w_1 \geq 1$, т. е. $g > 1$ или $v > 0.52v_p \cdot v_p \equiv (2Gm/r)^{1/2} = 620 (m/M_{\odot})^{1/2} (r/R_{\odot})^{-1/2}$ км · с⁻¹. Интеграл (3.17) в этом случае экспоненциально мал.

б) $w_1 \ll 1$, $w_2 \geq 1$, т. е. $(\beta x_{\max})^{-1} < g < 1$ или $28.3 (x_{\max}/x_2)^{-5/9}$ км · с⁻¹ < $v < 320$ км · с⁻¹. Здесь x_2 определяется формулой (2.4).

в) $0 < w_2 \leq 1$, т. е. $(\beta x_n)^{1/10} (\beta x_{\max})^{-1} < g < (\beta x_{\max})^{-1}$ или $20.5 (x_{\max}/x_2)^{-5/9} (N/10^5)^{-2/45}$ км · с⁻¹ < $v < 28.3 (x_{\max}/x_2)^{-5/9}$ км · с⁻¹.

г) $w_2 < 0$, т. е. $g < (\beta x_n)^{1/10} (\beta x_{\max})^{-1}$ или $v < 20.5 (x_{\max}/x_2)^{-5/9} (N/10^5)^{-2/45}$ км · с⁻¹. Общая область, ограниченная кривыми 1, 2 и 3, 4, в этом случае отсутствует и интеграл (3.17) равен нулю (этот случай на рисунке не показан).

$$\dot{N}_{f-b-b} = \dot{N}_0 \begin{cases} 0 & \text{при } v > 0.52v_p = 320 \text{ км/с;} \\ \Gamma(0.9) - (\beta x_{\max})^{-1/10} & \text{при } 28.3 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} < v < 320 \text{ км/с;} \\ \frac{1}{9} (\beta x_{\max} g)^9 + \frac{x_n}{x_{\max} g} - \frac{10}{9} (\beta x_n)^{9/10} & \text{при } 20.5 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} \times \\ \times \left(\frac{N}{10^5}\right)^{-2/45} < v < 28.3 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} & \text{км/с;} \\ 0 \frac{\lg(0.4N)}{N} & \text{при } v < 20.5 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} \left(\frac{N}{10^5}\right)^{-2/45} & \text{км/с.} \end{cases} \quad (3.22)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{N}_0 &\equiv 2^{37/30} \pi^{1/2} N n \beta^{3/2} G^2 m^{7/2} (Gm^2\beta/r)^{-9/10} = \frac{(3/2)(3\pi)^{1/2}}{15.4 \ln(0.4)} g N t_{\Gamma}^{-1} = \\ &= \frac{25.3}{\lg 0.4N} \left(\frac{v}{10 \text{ км/с}}\right)^{9/5} \frac{N}{10^5} \left(\frac{m}{M_{\odot}}\right)^{-9/10} \frac{r}{R_{\odot}}^{9/10} t_{\Gamma}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Здесь и всюду далее приведенные численные оценки для v нормированы на множитель $(m/M_\odot)^{1/2}(r/R_\odot)^{-1/2}$. В выражении (3.22) $v_p \equiv (2Gm/r)^{1/2}$ — параболическая скорость на поверхности звезды; x_2 определяется выражением (2.4); величина g дается формулой

$$g = 2^{67/30} \left(\frac{Gm^2\beta}{r} \right)^{-9/10} = 1.95 \cdot 10^{-3} \left(\frac{v}{10 \text{ км/с}} \right)^{9/5} \left(\frac{m}{M_\odot} \right)^{-9/10} \left(\frac{r}{R_\odot} \right)^{9/10} =$$

$$= 0.123 \left(\frac{v}{100 \text{ км/с}} \right)^{9/5} \left(\frac{m}{M_\odot} \right)^{-9/10} \left(\frac{r}{R_\odot} \right)^{9/10}, \quad (3.24)$$

а $\Gamma(0.9) = 1.069$ — гамма-функция. (3.25)

Для звездных систем с дисперсией скоростей звезд в диапазоне

$$28.3 \left(\frac{x_{\max}}{x_2} \right)^{-5/9} < v < 320 \text{ км/с} \quad (3.26)$$

из (3.22) при $x_{\max} = x_2$ получим

$$\dot{N}_{f-b-b} = \dot{N}_0 [1.07 - 0.65 (x_{\max}/x_2)^{-1/10}] = 0.42 \dot{N}_0, \quad (3.27)$$

где \dot{N}_0 дается формулой (3.23).

Сравним выражение (3.22) с величиной (3.2), полученной ранее [9]. Последние авторы интересовались скоростью образования всех связанных пар ($x > 0$) при однократном диссипативном сближении звезд, тогда как (3.22) ограничено учетом только тех жестких пар, энергия связи которых после многократных прохождений периастра попадает в «греющих» интервал энергий связи ($\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$). Вне интервала дисперсий скоростей звезд (3.26) образуется очень мало греющих пар, а в интервале (3.26) скорость образования жестких пар меньше, чем в (3.2), на величину $\dot{N}_0 (\beta x_{\max})^{-1/10}$, которая очень мала при $\beta x_{\max} \rightarrow \infty$. Отметим, что при $\beta x_{\max} = 4$ (см. раздел 7) скорость образования греющих жестких пар в 5.4 раза меньше, чем всех связанных пар.

4. Образование мягких пар при тройных сближениях и их приливное упрочнение

Как известно [5, 6], скорость бездиссипативного образования жестких пар путем тройных сближений звезд очень мала:

$$\dot{N}(x > \beta^{-1}) \sim \frac{1}{N} \frac{1}{t_r}. \quad (4.1)$$

Здесь мы рассмотрим образование жестких пар ($\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$) с циркуляризованными орбитами при учете приливного взаимодействия звезд в мягкой паре, образовавшейся первоначально в результате тройного сближения звезд.

Равновесная функция распределения мягких ($N^{-1} < \beta x < 1$) пар по энергиям связи x и эксцентриситетам орбит e равна [5, 6]

$$\frac{dn_s}{dxde} \equiv n_s(x, e) = \frac{1}{2} \pi^{3/2} n^2 \beta^{3/2} G^3 m^6 x^{-5/2} \exp(\beta x) e, \quad (4.2)$$

где n_s — равновесная концентрация мягких пар в звездной системе. Снова рассмотрим процесс многократной диссипации энергии при последовательных прохождении периастра. Для того чтобы мягкая пара успела за время своего существования превратиться в жесткую, необходимо выполнение условия (3.10): $T(x) < t_s(x)$. При этом энергия связи пары с циркуляризованной орбитой, x_c , окажется в диапазоне $\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$, если начальные параметры мягкой пары x_0 и e_0 удовлетворяют соотношениям (3.9), а также очевидному условию

$$\Delta E < x_{\max} - x_0. \quad (4.3)$$

Скорость образования жестких пар путем приливного упрочнения мягких будет, однако, определяться не временем упрочнения $T(x)$, а более медленным процессом, именно скоростью формирования равновесной функции распределения мягких пар $n_s(x, e)$. Характерное время формирования этой функции есть $t_s(x)$, т. е. совпадает с временем (3. 11) их разрушения [6].

Скорость образования циркуляризованных жестких пар путем приливного упрочнения мягких можно тогда записать в виде

$$\dot{N}_{b-b} = \int_{x_n}^1 dx_0 \int_{e_1}^{e_2} den_s(x_0, e_0) t_s^{-1}(x_0), \quad (4. 4)$$

где учтены все мягкие пары, успевающие стать прочным за время $t_s(x)$. Область интегрирования по x_0 и e_0 , задаваемая условиями (3. 9), (3. 10) и (4. 3), показана на рис. 4. Вычисление интеграла (4. 4) приводит к следующему результату:

$$\dot{N}_{b-b} = \frac{\dot{N}_0}{2.61} \begin{cases} 0 & \text{при } v > 408 (x_{\max}/x_2)^{1/18} \text{ км/с;} \\ \frac{10}{27} (\beta x_n)^{9/10} & \text{при } 232 (N/10^5)^{-2/15} < v < 408 (x_{\max}/x_2)^{1/18} \text{ км/с;} \\ \frac{1}{3} \frac{\beta x_n}{g} & \text{при } 20.5 (N/10^5)^{-2/15} (x_{\max}/x_2)^{-5/9} < v < \\ & < 232 (N/10^5)^{-2/15} \text{ км/с;} \\ \frac{1}{27} (\beta x_n g)^9 & \text{при } 12.7 (N/10^5)^{-1/9} (x_{\max}/x_2)^{-5/9} < v < \\ & < 20.5 (N/10^5)^{-2/15} (x_{\max}/x_2)^{-5/9} \text{ км/с;} \\ 0 & \text{при } v < 12.7 (N/10^5)^{-1/9} (x_{\max}/x_2)^{-5/9} \text{ км/с.} \end{cases} \quad (4. 5)$$

Здесь x_2 , численный множитель 2.61, x_n , \dot{N}_0 и g определяются соответственно выражениями (2. 3), (3. 14), (3. 16), (3. 23) и (3. 24).

Из сравнения выражений (3. 22) и (4. 5) для скоростей образования жестких пар \dot{N}_{f-b-b} и \dot{N}_{b-b} соответственно видно, что в широком диапазоне дисперсий скоростей звезд в системе (3. 26) скорость образования жестких пар при диссипативных двойных взаимодействиях \dot{N}_{f-b-b} существенно превосходит скорость образования жестких пар при приливном упрочнении мягких \dot{N}_{b-b} .

Интересно сравнить величину \dot{N}_{b-b} , которая учитывает приливное превращение в жесткие всех тех мягких пар, которые существуют на интервале времени $t_s(x)$ до их разрушения, с величиной \dot{N}_{b-b} Мильгрона и Шапиро [10], учитывающей те жесткие пары, которые образуются из мягких за время одного прохождения периастра. Как видно из сравнения их формулы (14в) с нашей (4. 5), последняя дает значительно меньшие значения \dot{N}_{b-b} . Это связано с тем, что Мильгром и Шапиро использовали величину орбитального периода $P(x)$ вместо времени разрушения $t_s(x)$ в формуле, аналогичной (4. 4). Однако это несовместимо с использованием равновесной функции распределения $n_s(x, e)$ мягких пар (4. 2), устанавливающейся за характерное время $t_s(x)$, а не за время $P(x)$, которое меньше $t_s(x)$ при $x > x_m$. Если бы мы учитывали только те мягкие пары, которые превращаются в жесткие за время одного прохождения периастра (как это сделали Мильгром и Шапиро), расхождение с их результатом было бы еще большим.

5. Диссипативные процессы

Рассмотрим скорости E_i различных (i) диссипативных процессов, вносящих вклад в охлаждение звездной системы.

а. Свободно-связанные ($f-b$) переходы. Приливное образование жесткой пары при однократном сближении звезд с относительной скоростью u (сюда будем включать и те сближения звезд, которые приводят к их столкновениям) сопровождается диссипацией энергии $(1/2)(m/2)u^2$ из звездной системы. Полная скорость диссипации энергии в этом процессе равна

$$\dot{E}_{f-b} = -\frac{N}{2} \int_0^{\infty} d^3 u f(u) u \int_0^{p_h} dp 2\pi p \left(\frac{1}{2} \frac{m}{2} u^2 \right), \quad (5.1)$$

где прицельный параметр p_h определяется с помощью соотношений (3.4), (3.18) и условия

$$\Delta E(p_h, u) = \frac{1}{2} \frac{m}{2} u^2 + \beta^{-1}. \quad (5.2)$$

Это условие соответствует такой приливной диссипации энергии, при которой образуется пара с энергией связи $x = \beta^{-1}$, являющейся граничной между мягкими и жесткими парами.

б. Свободно-связанно-связанные ($f-b-b$) переходы. В разделе 2а $f-b-b$ -переходами предложено называть приливное взаимодействие звезд, ведущее к образованию сначала мягких пар, которые затем превращаются в жесткие при последовательных прохождениях периастра. Основной вклад в этот процесс дадут (из-за экспоненциального характера максвелловской функции распределения звезд по скоростям) звезды, диссипирующие уже при первом сближении энергию порядка β^{-1} . При последующих сближениях звезд в образовавшейся мягкой паре будет диссипироваться энергия также порядка β^{-1} , как это показано в разделе 3а. Если такие мягкие пары в момент образования имели энергию связи $x_n < x_0 < \beta^{-1}$, где x_n определяется формулой (3.16), то в ходе последующих прохождений периастра они с неизбежностью будут становиться жесткими. Однако приливная циркуляризация пары, сопровождающаяся ростом ее энергии связи, не влияет на скорость центра массы пары, т. е. не меняет энергию звездной системы. Поэтому при каждом акте образования жесткой пары в $f-b-b$ -переходе из звездной системы диссипируется такая же энергия, как и в $f-b$ -переходе, т. е. $(m/2)u^2/2$. Полная скорость диссипации энергии в $f-b-b$ -переходах составит

$$\dot{E}_{f-b-b} = -\frac{N}{2} \int_0^{\infty} d^3 u f(u) u \int_{p_h}^{p_f} dp 2\pi p \left(\frac{1}{2} \frac{m}{2} u^2 \right), \quad (5.3)$$

где прицельный параметр p_f находится из условия

$$\Delta E(p_f, u) = \frac{1}{2} \frac{m}{2} u^2 + x_k, \quad (5.4)$$

определяющего границу образования мягких пар. Для суммы процессов \dot{E}_{f-b} и \dot{E}_{f-b-b} получим

$$\begin{aligned} \dot{E}_{f-b} + \dot{E}_{f-b-b} &= -\frac{N}{2} \int_0^{\infty} d^3 u f(u) u \int_0^{p_f} dp 2\pi p \left(\frac{1}{2} \frac{m}{2} u^2 \right) = \\ &= -\left[\Gamma(1.9) + \frac{1}{4} g\Gamma(2.8) \right] N \beta^{-1} \approx -\Gamma(1.9) N_0 \beta^{-1}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

где $\Gamma(1.9) = 0.962$ — гамма-функция, а N_0 задается формулой (3.23). В это выражение процессы $f-b$ и $f-b-b$ дают вклад в пропорции 16 : 1.

в. Свободно-свободные ($f-f$) переходы. При $f-f$ -переходах приливное взаимодействие одиночных звезд не приводит к образованию пар, а проявляется в своего рода «трении» звезд в системе.* Диссипируемая при этих

* Этот процесс потери энергии не следует смешивать с процессом под таким же обозначением у Мильгрота и Шапиро [10], который фактически включен в $f-b-f$ -переходы, ведущие к образованию короткоживущих мягких пар. Потери энергии при $f-b-f$ -переходах рассмотрены в разделе 5г.

переходах энергия ΔE , определяемая выражением (3. 1), меньше кинетической энергии $(m/2) u^2/2$ сближающихся звезд. Скорость диссипации энергии изо всей звездной системы в этом процессе, определяемая с помощью соотношений (3. 1), (3. 18) и (5. 4), составляет

$$\begin{aligned} \dot{E}_{f-f} &= -\frac{N}{2} \int_0^{\infty} d^3 u f(u) u \int_{pf}^{\infty} dp 2\pi p \Delta E(p, u) = \\ &= -\left[\frac{1}{9} \Gamma(1.9) + \frac{g}{16} \Gamma(2.8) \right] \dot{N}_0 \beta^{-1} \approx -\frac{1}{9} \Gamma(1.9) \dot{N}_0 \beta^{-1}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

г. **Свободно-связанно-свободные ($f-b-f$) переходы.** При $f-b-f$ -переходах мягкие пары, образовавшиеся в результате приливного двухтельного взаимодействия, не успевают стать жесткими за время последующего прохождения периастра и разрушаются. Скорость диссипации энергии из звездной системы при $f-b-f$ -переходах вычисляется аналогично (5. 1) и (5. 3) и составляет

$$\dot{E}_{f-b-f} = -\left[\frac{1}{9} \Gamma(1.9) \beta x_n + \frac{1}{10} g^9 \right] \dot{N}_0 \beta^{-1}. \quad (5.7)$$

Первый член в этом выражении обусловлен парами, у которых энергия связи $x_c < x_n$, где $\beta x_n \ll 1$ дается формулой (3. 16). Время упрочнения $T(x)$ таких пар больше времени их разрушения $t_s(x)$ при взаимодействии с одиночными звездами. Второй член в (5. 7), где g определяется формулой (3. 24), обусловлен теми мягкими парами, для которых выполняется условие $\beta x < 1 - e^2$. Такие пары в принципе не могут стать жесткими и с неизбежностью разрушаются. Мягкие пары, для которых выполняется условие $\beta x > 1 - e^2$ при $x > x_n$, вклад в переходы $f-b-f$ в рассматриваемом нами приближении не дают, поскольку время упрочнения таких пар $T(x) < t_s(x)$ и все они успевают стать прочными.

д. **Связанно-связанно-свободные ($b-b-f$) переходы.** Согласно определению $b-b-f$ -переходов, мягкие пары, образовавшиеся при тройных бездиссипативных сближениях, диссипируют затем некоторую энергию при последующих приливных прохождениях периастра, но, не успев стать прочными, разрушаются. Поскольку исходные мягкие пары образовались бездиссипативно, а их разрушение происходит, после того как их энергия связи изменилась (увеличилась), то изменилась (уменьшилась) кинетическая энергия освободившихся звезд, т. е. полная энергия звездной системы уменьшилась. В переходах $b-b-f$ участвуют мягкие пары, энергия связи x и эксцентриситет e которых удовлетворяют неравенствам $\beta x_m < \beta x < 1 - e^2 \ll 1$, где x_m определяется формулой (3. 15). Такие мягкие пары, согласно (3. 8), не могут стать прочными в процессе приливной циркуляризации орбиты и с неизбежностью разрушаются. Энергию ΔE , диссипируемую за время одного прохождения периастра, можно с помощью выражений (3. 1), (3. 7) и (3. 24) записать в этом случае в виде

$$\Delta E = \beta^{-1} g^{10} \left(\frac{\beta x}{1 - e^2} \right)^{10}. \quad (5.8)$$

Полная скорость потерь энергии в результате $b-b-f$ -переходов оказывается весьма малой, что легко видеть из оценки ее верхнего предела

$$\begin{aligned} |\dot{E}_{b-b-f}| &\leq \int_{x_m}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-\beta x}} de n_s(x, e) P^{-1}(x) \Delta E = \\ &= \dot{N}_0 \beta^{-1} g^9 \frac{2}{9} \int_0^1 e^t (1 - t^9) dt = 0.302 \dot{N}_0 \beta^{-1} g^9 \ll \dot{N}_0 \beta^{-1}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

где орбитальный период пары $P(x)$, функция распределения мягких пар $n_s(x, e)$ и величины \dot{N}_0 , g и ΔE определяются соответственно формулами (3. 12), (4. 2), (3. 23), (3. 24) и (5. 8).

е. Полная скорость потерь энергии звездной системой. Из сравнения величин а—д для скоростей потери энергии из системы в результате диссипативных приливных взаимодействий звезд видно, что основной вклад в потери дают процессы $f-b$, $f-b-b$ и $f-f$. В итоге, учитывая только эти процессы и суммируя (5. 5) и (5. 6), найдем для полной скорости охлаждения системы

$$\begin{aligned} \dot{E}_- &= \dot{E}_{f-b} + \dot{E}_{f-f} + \dot{E}_{f-b-b} = -\Gamma(0.9) \dot{N}_0 \beta^{-1} = \\ &= -\frac{1.81 \cdot 10^{-4}}{1g(0.4N)} \left(\frac{r}{R_\odot}\right)^{9/10} \left(\frac{m}{M_\odot}\right)^{-9/10} \left(\frac{v}{10 \text{ км/с}}\right)^{9/5} \frac{|E|}{t_r}. \end{aligned} \quad (5. 10)$$

Вклад процессов $f-b$, $f-f$ и $f-b-b$ в полную скорость диссипации энергии в звездной системе составляет 85, 10 и 5% соответственно. Скорость \dot{E}_- на численный фактор 4.8 меньше скорости диссипации энергии, вычисленной Мильгромом и Шапиро [10]. Различие связано с тем, что эти авторы завысили вклады процессов $f-b$, $f-f$, $f-b-b$ [пропущен множитель $1/2$ в выражениях (5. 5) и (5. 6)] и $b-b-f$ (см. обсуждение в разделе 4).

6. Нагрев звездной системы жесткими парами с циркуляризованными орбитами

а. Качественные особенности нагрева звездных систем жесткими двойными. Как уже указывалось в разделе 2, нагрев звездной системы двойными связан с (медленным) процессом упрочнения жестких пар, который становится существенным после завершения (много более быстрого) процесса циркуляризации орбит этих пар.

Упрочнение пар, в ходе которого они передают звездам скопления часть своей энергии связи, имеет сечение $\sigma_h \sim \pi G m a / v^2$, где a — характерный размер большой полуоси жесткой пары. Между тем приливное образование жестких пар (которое возможно при прохождении двух звезд лишь на расстоянии, сравнимом с их радиусами) имеет заметно меньшее сечение: $\sigma_{f-b} \sim \pi G m r / v^2$. Легко видеть, что отношение этих сечений есть $\sigma_h / \sigma_{f-b} \sim a / r \sim v_p^2 / v^2$, где $v_p \equiv (2Gm/r)^{1/2} \approx 618 (m/M_\odot)^{1/2} (r/R_\odot)^{-1/2}$ км·с⁻¹ — параболическая скорость на поверхности звезды. С помощью (3. 22) и (4. 5) можно получить аналогичное соотношение между сечением образования жестких пар при тройных сближениях (дающих сначала мягкие пары, которые затем становятся прочными в ходе диссипативных прохождений периастра) и сечением упрочнения жестких пар. В итоге не только для шаровых скоплений, где $v \approx 10 \div 30$ км·с⁻¹, но и для ядер галактик, где $v \approx 100 \div 200$ км·с⁻¹, мы имеем заметное неравенство между сечениями упрочнения и образования жестких пар.

Таким образом, передача энергии от жестких пар к звездам скопления происходит заметно быстрее самого образования жестких пар. Другими словами, жесткие пары, образуясь в звездной системе, не накапливаются в ней, а быстро упрочняются, грея при этом систему, пока не становятся очень жесткими. Скорость нагрева звездной системы пропорциональна произведению скорости образования жестких пар \dot{N}_b и энергии ξ_h , которую жесткая пара передает на нагрев системы.

Остановимся более подробно на величине ξ_h . Она зависит как от энергии связи x_c , которую приобретает жесткая пара после образования и циркуляризации своей орбиты, так и от максимальной энергии связи x_{\max} жестких пар, которой они могут обладать в данной звездной системе. Величину ξ_h можно записать в виде

$$\xi_h = \begin{cases} H(x_{\max}) \beta^{-1} - x_c, & \text{если } x_c < x_2; \\ 15\beta^{-1}, & \text{если } x_c \geq x_2, \end{cases} \quad (6. 1)$$

где $H(x_{\max})$ есть нагревательная способность жестких пар с энергией связи $\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$. Если $x_{\max} < \beta^{-1}$, то $\xi_h = 0$, так как в скоплении нет жестких пар. Если $\beta^{-1} < x_{\max} < x_1$, то вся энергия связи, выделяющаяся при упрочнении жесткой пары, идет на нагрев звездной системы, так что $H(x_{\max}) = (1 + \frac{2}{5})\beta x_{\max}$. Если $x_1 < x_{\max} < x_2$, то $H(x_{\max})$ есть сумма энергий, выделяемых при последовательных упрочнениях пары вплоть до момента, когда энергия связи пары станет равной x_{\max} . С учетом (2.5) имеем:

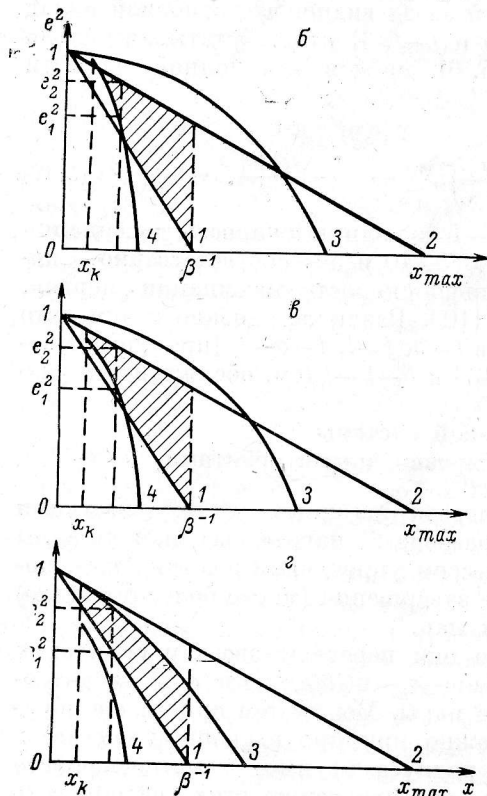


Рис. 4. Область интегрирования в (4.4) в плоскости (x, e^2) .

Условию (3.9) соответствует область между кривыми 1 и 2. Условию $\Delta E < x_{\max} - x$ отвечает область под кривой 3. Условию (3.10), т. е. $T(x) < t_s(x)$, отвечает область над кривой 4. Абсцисса пересечения кривых 1 и 4 есть $\beta x_3 = g^{-20/3} (\beta x_n)^{5/3}$, где g дается формулой (3.24), а $\beta x_n \ll 1$ формулой (3.16). Абсцисса пересечения кривых 2 и 4 есть $\beta x_4 = (\beta x_{\max} g)^{-20/3} (\beta x_n)^{5/3}$. Область интегрирования (заштрихована) ограничена кривыми 1—4 и вертикалью $\beta x = 1$. В зависимости от параметров звездной системы возможны следующие случаи.

- $\beta x_4 > 1$, т. е. $v < 12.7 (x_{\max}/x_2)^{-5/9} (N/10^5)^{-1/9}$ км · с⁻¹. Совместной области пересечения кривых 1, 2 и 3, 4 в области мягких пар ($\beta x \ll 1$) нет и интеграл (4.4) равен нулю (этот случай на рисунке не показан).
- $\beta x_4 < \beta x_n < 1$, т. е. $12.7 (x_{\max}/x_2)^{-5/9} (N/10^5)^{-1/9}$ км · с⁻¹ < $v < 20.5 (x_{\max}/x_2)^{-5/9} (N/10^5)^{2/45}$ км · с⁻¹.
- $x_4 < x_n < x_3$, т. е. $20.5 (x_{\max}/x_2)^{-5/9} (N/10^5)^{-2/45}$ км · с⁻¹ < $v < 232 (N/10^5)^{-2/45}$ км · с⁻¹.
- $x_3 < x_n$, $g < (\beta x_{\max})^{1/10}$, т. е. $232 (N/10^5)^{-2/45}$ км · с⁻¹ < $v < 408 (x_{\max}/x_2)^{1/18}$ км · с⁻¹.
- $g > (\beta x_{\max})^{1/10}$, т. е. $v > 408 (x_{\max}/x_2)^{1/18}$ км · с⁻¹. Кривая 3 лежит под кривой 1, совместной области пересечения нет и интеграл (4.4) равен нулю (этот случай на рисунке не показан).

$$H(x_{\max}) = \begin{cases} \beta x_1 + \sum_{k=0}^{k(x_{\max})} \left[\frac{1}{3} \frac{2}{5} \left(1 + \frac{2}{5}\right)^k \beta x_1 + \frac{9}{2} \right], & \text{когда } \beta^{-1} < x_c < x_1; \\ \beta x_c + \sum_{k=0}^{k(x_{\max})} \left[\frac{2}{15} \left(\frac{7}{5}\right)^k \beta x_c + \frac{9}{2} \right], & \text{когда } x_1 < x_c < x_{\max}. \end{cases} \quad (6.2)$$

Здесь k есть порядковый номер упрочнения пары, а $k(x_{\max})$, где $0 \leq k(x_{\max}) \leq 4$, определяется моментом времени, когда энергия связи упрочняющейся пары достигает значения x_{\max} . Аналогично при $x_{\max} > x_2$ имеем:

$$H(x_{\max}) = \begin{cases} \beta x_1 + \sum_{k=0}^4 \left[\frac{2}{15} \left(\frac{7}{5}\right)^k \beta x_1 + \frac{9}{2} \right] + 15 = 79.0, & \text{когда } \beta^{-1} < x_c < x_1; \\ \beta x_c + \sum_{k=0}^{k(x_{\max})} \left[\frac{2}{15} \left(\frac{7}{5}\right)^k \beta x_c + \frac{9}{2} \right] + 15, & \text{когда } x_1 < x_c < x_2. \end{cases} \quad (6.3)$$

б. Скорость нагрева звездной системы при упрочнении циркуляризованных жестких пар. После завершения (быстрого) процесса приливной циркуляризации орбиты жесткая пара, если ее энергия связи x_c лежит в интервале $\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$, способна передать на нагрев системы энергию ξ_h (6.1) в результате взаимодействия с одиночными звездами. Ско-

рость нагрева звездной системы всеми образовавшимися жесткими парами с циркуляризованными орбитами дается с помощью выражений (3. 17) и (4. 4):

$$\begin{aligned} \dot{E}_+ &= \int_{(\beta^{-1} < x_c < x_{\max})} \xi_h d\dot{N}_{f-b-b} + \int_{(\beta^{-1} < x_c < x_{\max})} \xi_h d\dot{N}_{b-b} = \\ &= \frac{N}{2} \int_0^{\infty} \int_{p_1}^{p_2} d^3 u d p u f(u) 2\pi \rho \xi_h + N \int_0^{\beta^{-1}} \int_{e_1}^{e_2} dx d e n_c(x, e) t_3^{-1}(x) \xi_h. \end{aligned} \quad (6. 4)$$

Здесь $d\dot{N}_{f-b-b}$ и $d\dot{N}_{b-b}$ — дифференциальные скорости образования жестких пар с циркуляризованными орбитами и с энергией связи x_c , которая попадает в диапазон $\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$ в результате приливного взаимодействия одиночных звезд (первый интеграл) и соответственно приливного упрочнения мягких пар, образовавшихся в результате тройных взаимодействий звезд (второй интеграл).

Проведя интегрирование в (6. 4) с пределами интегрирования, показанными на рис. 3 и 4, т. е. с теми же, что в (3. 17) и (4. 4), получим в итоге для скорости нагрева системы

$$\begin{aligned} \dot{E}_+ &= \dot{N}_0 \beta^{-1} \times \\ &\left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ при } v > 0.52 v_p \equiv 0.52 (2Gm/r)^{1/2} = 320 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}; \\ [A(x_{\max}) - g^{-1} B(x_{\max})] \text{ при } 28.3 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} < v < 320 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}; \\ A(x_{\max}) \left\{ \frac{2}{3} \beta x_n g^{-1} + 2.61 \left[\frac{1}{9} (\beta x_{\max} g)^9 + x_n x_{\max}^{-1} g^{-1} - \frac{10}{9} (\beta x_n)^{9/10} \right] \right\} \\ \text{при } 20.5 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} \left(\frac{N}{10^5}\right)^{-2/45} \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} < v < 28.3 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}; \\ A(x_{\max}) \cdot 2.61 \cdot \frac{2}{27} (\beta x_{\max} g)^9 \text{ при } 12.7 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} \left(\frac{N}{10^5}\right)^{-1/9} \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} < \\ < v < 20.5 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} \left(\frac{N}{10^5}\right)^{-2/45} \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}; \\ 0 \text{ при } v < 12.7 \left(\frac{x_{\max}}{x_2}\right)^{-5/9} \left(\frac{N}{10^5}\right)^{-1/9} \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}. \end{array} \right. \end{aligned} \quad (6. 5)$$

В этом выражении \dot{N}_0 определяется формулой (3. 23), а величины x_n и g соответственно формулами (3. 16) и (3. 24):

$$\begin{aligned} A(x_{\max}) &= \begin{cases} \frac{7}{5} \beta x_{\max} [\Gamma(0.9) - (\beta x_{\max})^{1/10}] \text{ при } \beta^{-1} < x_{\max} < x_1; \\ 15 [(\beta x_2)^{-1/10} - (\beta x_{\max})^{-1/10}] + 37.57 \text{ при } x_{\max} > x_2; \end{cases} \quad (6. 6) \\ B(x_{\max}) &= \begin{cases} \frac{1}{10} [\ln(\beta x_{\max}) + 0.577] \text{ при } \beta^{-1} < x_{\max} < x_1, \\ 0.2423 \text{ при } x_{\max} > x_2, \end{cases} \end{aligned}$$

где x_1 и x_2 задаются формулами (2. 3) и (2. 4). Эти выражения учитывают среди прочего и нагрев сверхжесткими парами.

Формулы для $A(x_{\max})$ и $B(x_{\max})$ в случае $x_1 < x_{\max} < x_2$ весьма громоздки и здесь не приводятся. Кроме того, в численных значениях дисперсии скоростей звезд в системе v всюду для краткости опущен множитель $(m/M_\odot)^{1/2} (rR_\odot)^{-1/2}$.

Отметим специфические особенности нагрева, производимые двойными в звездных системах с разными дисперсиями скоростей v . В системах с $v \geq v_p$ (где v_p — параболическая скорость на поверхности звезды) взаимодействие звезд приводит скорее к их столкновениям, чем к приливному образованию пар. В другом предельном случае, когда v очень мала, образовавшиеся пары после циркуляризации их орбит оказываются

имеющими энергии связи $x_c > x_{\max}$, т. е. вне греющего интервала x_c . Нагрев двойными способен конкурировать с охлаждением, связанным с их образованием, лишь в интервале дисперсий скоростей (3.26), который можно записать в виде

$$0.52v_p x_{\max}^{-5/9} < v < 0.52v_p. \quad (6.7)$$

Этот интервал возникает из-за ограничений, накладываемых пределами интегрирования в (6.4), показанными на рис. 4.

в. Сравнение скоростей нагрева и охлаждения в звездных системах с различными дисперсиями скоростей звезд. Теперь в нашем распоряжении есть все для того, чтобы сравнить скорость нагрева системы двойными звездами \dot{E}_+ , даваемую формулой (6.5), со скоростью ее охлаждения \dot{E}_- , даваемую формулой (5.10). Для систем с очень малой дисперсией скоростей получим

$$\dot{E} = \dot{E}_+ + \dot{E}_- \approx \dot{E}_- = -\Gamma(0.9) N_0 \beta^{-1}, \text{ при } v < 28.3 \left(\frac{x_{\max}}{x_2} \right)^{-5/9} \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}, \quad (6.8)$$

т. е. охлаждение заметно превышает нагрев. Эта ситуация реализуется в шаровых скоплениях, где дисперсия скоростей не превышает 10—30 км·с⁻¹. Физической причиной, малой по сравнению с охлаждением роли нагрева, служит то, что практически все пары, образующиеся с циркуляризованными орбитами, оказываются сверхжесткими, а не жесткими [см. две нижние строки в уравнениях (3.22) и (4.5)], т. е. они не дают вклада в нагрев.*

Что касается звездных систем с большими дисперсиями скоростей звезд, а точнее с дисперсиями скоростей в диапазоне (6.7), то мы получим для результирующего эффекта нагрева и охлаждения

$$\dot{E} = N_0 \beta^{-1} \begin{cases} \left(\frac{7}{5} \beta x_{\max} - 1 \right) \Gamma(0.9) - \frac{7}{5} (\beta x_{\max})^{9/10} - \frac{g^{-1}}{10} [0.545 + \ln(\beta x_{\max})], & \beta^{-1} < x_{\max} < x_1, \\ 37.6 - \Gamma(0.9) - 0.242g^{-1} + 15 [(\beta x_2)^{-1/10} - (\beta x_{\max})^{-1/10}], & x_{\max} > x_2, \end{cases} \quad (6.9)$$

где функция $g = g(v)$ дается формулой (3.24).

Для промежуточного случая $x_1 < x_{\max} < x_2$ выражение для \dot{E} является довольно громоздким и здесь не приводится.

В случае $\beta^{-1} < x_{\max} < x_1$ (наиболее важном, как мы увидим ниже, в приложении к галактическим ядрам) знак величины \dot{E} в звездной системе с данной дисперсией скоростей определяется тем, какая максимальная энергия βx_{\max} определяет верхнюю границу энергий связи жестких двойных, способных нагревать систему. Величина βx_{\max} , при которой правая часть (6.9) обращается в нуль, показана как функция v на рис. 5 линией AA. Отметим, что граница применимости формулы (6.5) для нагрева дается линией BB. Таким образом, в области выше линии ABBA мы имеем $\dot{E} > 0$, т. е. нагрев двойными преобладает над соответствующим диссипативным охлаждением. Ниже, в разделе 7, указаны астрофизические условия, в которых реализуется преобладание нагрева над охлаждением. Однако еще до выяснения этих условий интересно оценить то количество жестких пар, при котором нагрев звездной системы образующимися в ней двойными является существенным.

г. Количество жестких пар, участвующих в нагреве звездной системы. Образующиеся в звездной системе жесткие пары с энергией связи в диапазоне $\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$ при взаимодействии с одиночными звездами греют

* Подчеркнем, что нагрев, связанный с вновь образующимися жесткими двойными, становится весьма существенным на более продвинутых стадиях эволюции шаровых скоплений [13]. В то же время нагрев реликтовыми парами (т. е. образовавшимися еще на ранней стадии жизни скопления) уже с самого начала может оказывать значительное влияние на эволюцию шаровых скоплений [1, 5, 14].

звездную систему со скоростью, определяемой выражением (6.5). При этом их энергия связи увеличивается, и когда она становится больше x_{\max} , нагрев прекращается. Жесткие пары будут находиться в интервале энергий связи $\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$ лишь сравнительно недолгое время, за которое в этом интервале энергий в звездной системе накопится некоторое равновесное число жестких пар N_b^{eq} . Это количество жестких пар, греющих систему, будет определяться двумя процессами: заполнением жесткими парами интервала энергий $\beta^{-1} < x_c < x_{\max}$ (т. е. скоростью образования жестких пар $\dot{N}_b = \dot{N}_{f-b} + \dot{N}_{b-b}$ и уходом жестких пар из этого интервала энергий (т. е. скорости упрочнения жестких пар).

Для определения скорости упрочнения жестких пар воспользуемся выражением (2.1) для передаточной функции $Q(x, y)$, определяющей

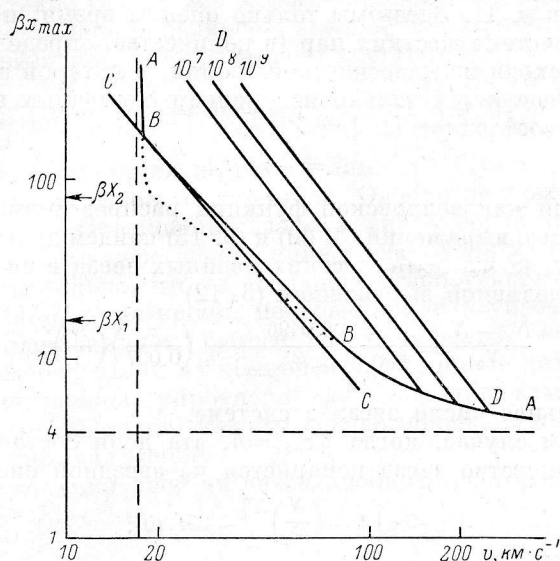


Рис. 5. Ограничения на величину βx_{\max} , определяющая как функция дисперсии скоростей звезд в системе v верхнюю границу интервала энергий связи (2.6), в котором жесткие двойные способны нагревать звездную систему.

$ABBA$ — величина βx_{\max} , при которой нагрев и охлаждение от двойных в точности уравниваются друг друга. В области выше кривой $ABBA$ преобладает нагрев, а ниже — охлаждение; CC — граница энергий связи, при которой начинается приливное перетекание вещества на более массивную компоненту; DD — энергия связи двойной, при которой скорость упрочнения при взаимодействии с единичными звездами равна скорости потери энергии от излучения гравитационных волн. В области ниже CC эволюция двойной определяется упрочнением, а выше — гравитационным излучением.

Линия DD показана для трех значений концентрации звезд в системе (в pc^{-3}).

скорость передачи энергии y жесткой парой с энергией связи $x > \beta^{-1}$. Тогда скорость нагрева звездной системы одной жесткой парой (скорость упрочнения пары) оказывается равной

$$\dot{\xi}_+ = n \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x, y) y dx = \frac{36}{7} G^2 m^{7/2} \beta^{1/2} n. \quad (6.10)$$

Эта величина не зависит от энергии связи x жесткой пары. Поэтому равновесное число жестких пар, греющих звездную систему, равно

$$N_b^{\text{eq}} = \frac{\dot{E}_+}{\dot{\xi}_+}, \quad (6.11)$$

где \dot{E}_+ — полная скорость нагрева звездной системы жесткими парами (6.5), которая определяется скоростью их образования \dot{N}_b . Пары, составляющие это число, заменяются вновь образующимися жесткими па-

рами за время упрочнения $t_h \sim 0.4x/\dot{\epsilon}_+ = 0.52\Lambda\beta x t_r$, где $\Lambda = \lg(0.4N)$, а t_r — время релаксации, определяемое формулой (3. 3).

Найдем равновесную долю N_b^{eq}/N жестких пар в системе с дисперсией скоростей звезд в диапазоне (6. 7), при которой полное изменение энергии системы будет положительным, т. е. $\dot{E}_+ + \dot{E}_- > 0$. С помощью выражений (5. 11), (6. 10) и (6. 11) для этой доли получим

$$\frac{N_b^{eq}}{N} > \frac{7\pi^{1/2}}{72} \Gamma(0.9) g = 2.27 \cdot 10^{-2} \left(\frac{v}{100 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}} \right)^{9/5}. \quad (6. 12)$$

Влияние процессов охлаждения звездной системы при диссипативном образовании пар и процессов нагрева при взаимодействии жестких пар с одиночными звездами на эволюцию звездной системы будет рассмотрено нами в ч. II. Здесь мы только оценим время, необходимое для образования в системе жестких пар [в количестве, определяемом выражением (6. 12)], исходя из классической теории, в которой эволюция звездных систем определяется только испарением одиночных звезд. Скорость этого процесса составляет [15]

$$\dot{N} = -\alpha N/t_r, \quad (6. 13)$$

где $\alpha = 0.007$ при максвелловской функции распределения звезд по скоростям. С помощью выражений (3. 22) и (6. 13) найдем долю испарившихся звезд к моменту, когда доля жестких двойных звезд в системе достигнет величины, определяемой выражением (6. 12)

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = \frac{0.0496}{\Gamma(0.9) - (\beta x_{\max})^{-1/10}} \left(\frac{\alpha}{0.007} \right) \left(\frac{\Lambda}{5} \right), \quad (6. 14)$$

где N_0 — начальное число звезд в системе.

В предельном случае, когда $\beta x_{\max} = 4$, эта доля составляет примерно 0.25. Такое количество звезд испаряется из звездной системы за время

$$t \sim \tau \left[1 - \left(\frac{N}{N_0} \right)^{7/2} \right] \sim 25 t_r(0), \quad (6. 15)$$

где $t_r(0)$ — начальное время релаксации, а $\tau = (2/7\alpha) t_r(0) \approx 40 t_r(0)$ — полное время жизни звездной системы в условиях бездиссипативной эволюции, т. е. когда эволюция определяется только испарением звезд.

7. Обсуждение и выводы

а. Астрофизические ограничения на величину βx_{\max} . Выше мы рассмотрели подробно процессы охлаждения и нагрева звездных систем, связанные с образованием и упрочнением там двойных звезд. Один из основных качественных результатов этого анализа состоит в том, что знак результирующего эффекта зависит главным образом от двух факторов: дисперсии скоростей звезд в системе и величины βx_{\max} , т. е. (безразмерной) максимальной энергии связи, по достижении которой прочная пара уже неспособна греть систему. В этом разделе мы покажем, что величина βx_{\max} сама определяется дисперсией скоростей звезд в системе.

Двойная звезда, образовавшаяся при двойных или тройных встречах на границе прочности ($x_c \geq \beta^{-1}$), оказывается широкой или тесной в зависимости от того, какова дисперсия скоростей звезд в системе v . При $v \approx 20$ км/с (шаровые скопления) прочная пара, состоящая из звезд равной массы $m = M_\odot$, имеет большую полуось $a \leq 2 \cdot 10^{13}$ см, в то время как такая же пара, образовавшаяся в ядре Галактики ($v \approx 200$ км/с), имеет $a \leq 2 \cdot 10^{11}$ см, т. е. является довольно тесной. Поэтому упрочнение пары, в ходе которого она еще способна нагревать систему, возможно лишь в довольно узких пределах. Эти пределы мы сейчас найдем.

Основными процессами, ведущими к уменьшению размеров двойной, являются, помимо упрочнения от взаимодействия с одиночными звездами,

перетекание вещества от более массивной к менее массивной компоненте и излучение гравитационных волн. Мы ограничимся здесь, как и всюду выше, случаем звезд равных масс, так что перетекание вещества, связанное с более быстрой эволюцией одной из компонент двойной, отсутствует. Более того, если масса каждой из компонент $m \leq 0.8 M_{\odot}$ (что типично, по-видимому, для большей части звезд шаровых скоплений и галактического ядра), то за время жизни Галактики такая звезда проэволюционирует мало и не сойдет с главной последовательности. Однако по мере упрочнения двойной ее компоненты могут сблизиться настолько, что возникает нарастающее перетекание вещества на более массивную звезду, даже если их массы первоначально отличались очень мало. В качестве минимального сближения звезд, при котором начнется перетекание, можно принять такое расстояние между звездами, когда средний радиус полости Роша совпадает с радиусом звезды, что соответствует $a = 2.63r$ [17]. Энергия связи пары в этот момент составит

$$\beta x_{\text{transfer}} = \frac{Gm^2\beta}{2 \cdot 2.63r} = 10.9 \left(\frac{v}{100 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}} \right)^{-2} \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{r}{R_{\odot}} \right)^{-1}. \quad (7.1)$$

Эта величина, показанная на рис. 5 линией CC , в условиях галактических ядер является довольно скромной. Однако не следует думать, что перетекание делает невозможным достижение энергий связи, больших (7.1). В самом деле, по мере перетекания масса одной из компонент двойной возрастает настолько, что ее эволюция резко ускорится. Если масса двойной около $2M_{\odot}$, то за время, меньшее времени упрочнения, эта компонента проэволюционирует, скорее всего, в белый карлик.* Такое уменьшение размеров одной из компонент в принципе делает возможным дальнейшее значительное упрочнение двойной при взаимодействии со звездами скоплений. Однако, как мы сейчас покажем, предел этому ставит гравитационное излучение.

Скорость возрастания энергии связи двойной при упрочнении, согласно (6.10), есть

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_h = n \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x, y) y dy = \frac{4}{35} A G^2 m^7 \beta^{1/2} n, \quad (7.2)$$

где передаточная функция $Q(x, y)$ [5] дается формулой (2.1) с $A = 45$. Если орбита двойной круговая, излучение гравитационных волн приводит к изменению ее энергии связи со скоростью

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{\text{grav}} = \frac{64 G^4 m^5}{5 c^5 a^5} = \frac{2^{11}}{5} \frac{x^5}{G c^5 m^5}. \quad (7.3)$$

Изменение полуоси двойной определяется упрочнением при взаимодействии с одиночными звездами только пока $(dx/dt)_h > (dx/dt)_{\text{grav}}$, т. е. при

$$\beta x < \beta x_{\text{grav}} = \left(\frac{3^{11} A}{2^9 \cdot 7} \right)^{1/5} (Gm)^{3/5} \frac{cn^{1/5}}{v^{11/5}} = 15.9 \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right)^{3/5} \left(\frac{n}{10^7 \text{ пс}^{-3}} \right)^{1/5} \left(\frac{v}{100 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}} \right)^{-11/5}. \quad (7.4)$$

При выводе (7.4) предполагалось, что орбита двойной круговая. Если же она имеет эксцентриситет e , то в правой части (7.4) появится дополнительный множитель $[f(e)]^{-1/5}$, где

$$f(e) = \frac{1 + (73/24)e^2 + (37/96)e^4}{(1 - e^2)^{7/2}} \quad (7.5)$$

[17]. Приливные эффекты и само излучение гравитационных волн уменьшают величину e , так что этот множитель мы не будем включать в критерий (7.4).

* Более подробное обсуждение возможного сценария эволюции см. ниже, в разделе 7б.

Величина βx_{grav} , определяемая формулой (7.4), показана на рис. 5 вместе в величиной βx_{max} , при которой нагрев системы двойными звездами превышает охлаждение, связанное с ними. Мы видим, что упрочнение двойных, когда они способны греть звездную систему, возможно лишь в определенном диапазоне дисперсий скоростей звезд и концентрации звезд (хотя зависимость от последней довольно мала).

В системах с малой дисперсией скоростей ($v \leq 20 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$) ограничения, связанные с гравитационным излучением, а также с приливным перетеканием вещества, не препятствуют двойным упрочняться до весьма больших βx , однако образующиеся жесткие двойные после циркуляризации их орбит имеют столь большие βx_c , что неспособны греть систему (раздел 4). В системах с очень высокой дисперсией скоростей ($v \geq 150 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$) гравитационное излучение ограничивает βx_{max} столь низкой величиной, что нагревательная способность жестких пар оказывается пренебрежимо малой по сравнению с диссипативным охлаждением. И лишь в области промежуточных скоростей (рис. 5) упрочнение жестких пар способно заметно влиять на приток энергии в звездную систему.

Сказанное выше предполагало неявно, что приливные силы, которые достаточно велики, чтобы образовать пару, в то же время не должны приводить к разрушению компонент пары после циркуляризации ее орбиты. Рассмотрим, когда это предположение становится несправедливым. Общепринятого критерия приливного разрушения звезд нет, и в качестве такового мы примем аналогично [9] численный результат [18]: $2a < 2.4r$. Тогда началу приливного разрушения компонент пары отвечает энергия связи [ср. с (7.1)]

$$\beta x_{\text{tide}} = \frac{Gm^2\beta}{2.4r} = 23.8 \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{r}{R_{\odot}} \right)^{-1} \left(\frac{v}{100 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}} \right)^{-2}. \quad (7.6)$$

Если $x_c > x_{\text{tide}}$, то сильное взаимодействие компонент приведет к «сдиранию» внешних слоев звезд, повышению температуры и, возможно, взрывному разрушению звезд. Поэтому образоваться посредством приливного взаимодействия могут лишь пары с $x_c \leq x_{\text{tide}}$. Отметим, что если энергия связи циркуляризованной пары попадет в интервал $x_{\text{transfer}} < x_c < x_{\text{tide}}$, то в процессе циркуляризации, происходящем в течение нескольких орбитальных периодов, в такой паре может произойти некоторый обмен веществом.

Условие того, что максимальная энергия связи циркуляризованной жесткой пары, способной греть звездную систему, определяется гравитационным излучением, а не приливным разрушением компонент, т. е. что $x_{\text{grav}} < x_{\text{tide}}$, имеет в соответствии с (7.3) и (7.6) следующий вид:

$$v < 317 \left(\frac{N}{10^7_{\text{звезд}}} \right)^{1/2} \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right)^{1/2} \left(\frac{r}{R_{\odot}} \right)^{-1/2} \text{ км/с}. \quad (7.7)$$

Таким образом, неравенство $x_{\text{grav}} < x_{\text{tide}}$ может реализоваться не только в условиях шаровых скоплений, но и в ядрах галактик с не слишком большой дисперсией скоростей.* В общем случае величина максимальной энергии связи x_{max} жесткой пары, способной нагревать звездную систему, по определению есть $x_{\text{max}} = \min [x_{\text{grav}}, x_{\text{tide}}]$.

6. Специфика нагрева жесткими двойными в условиях галактических ядер. В условиях ядер нормальных спиральных галактик ($v \approx 200 \text{ км/с}$) большая полуось пары, находящейся на границе жесткости ($\beta x_c = 1$), составляет $a = (3/2) Gm/v^2 = 7 (m/M_{\odot}) (v/200 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1})^{-2} R_{\odot}$, т. е. оказыва-

* В плотных ядрах с большой дисперсией скоростей может осуществляться и случай $x_{\text{tide}} < x_{\text{grav}}$, которого мы коснемся в разделе 6 статьи II.

ется порядка нескольких солнечных радиусов. Поэтому большинство изначально имевшихся пар являются мягкими и должны разрушиться. Таким образом, если в окрестностях Солнца значительное число звезд (а может быть, и подавляющее большинство) является двойными, чье образование, по-видимому, связано еще с ранними стадиями жизни Галактики, то в условиях галактических ядер большинство реликтовых пар не выживает. В то же время в ядрах могут образоваться новые пары — в основном приливным путем при двухтельных сближениях. Будучи жесткими, такие пары оказываются очень тесными. Поэтому даже если массы составляющих их звезд $m < 0.8M_{\odot}$, т. е. такие, что, будучи одиночными, они не должны были бы заметно проэволюционировать за время жизни Галактики, вхождение их в очень тесные двойные приведет к значительной эволюции.

Возможная картина эволюции тесных двойных с маломассивными компонентами является довольно сложной, так как содержит много альтернативных вариантов, которые в настоящее время только начинают разрабатываться в деталях [19]. Простейший мыслимый сценарий эволюции маломассивной ($m_1 + m_2 \leq 2M_{\odot}$) двойной в условиях галактического ядра содержит следующие «акты». Жесткие двойные звезды образуются в основном при двухтельных диссипативных встречах. После циркуляризации расстояние между компонентами оказывается порядка нескольких R_{\odot} . Последующее упрочнение при взаимодействии с единичными звездами делает пару столь тесной, что их приливное взаимодействие приводит к перетеканию вещества на более массивную компоненту. Это ускоряет ее эволюцию, в результате чего образуется белый карлик. Превращение одной из компонент двойной в «спавшийся» объект делает возможным дальнейшее упрочнение при взаимодействии со звездами ядра до тех пор, пока не станет существенным гравитационное излучение двойной. Время эволюции двойной, теряющей свой угловой момент из-за излучения гравитационных волн, меньше возраста Галактики для системы с $P < 12^b$ [20], т. е. при энергии связи $\beta x_c > 8.6 (m/M_{\odot})^{2/3} (v/100 \text{ км} \times \text{с}^{-1})^{-2}$. Белый карлик аккрецирует вещество своего компаньона и становится источником ультрафиолетового и мягкого рентгеновского излучения. Между тем размеры орбиты двойной уменьшаются под действием гравитационного излучения настолько, что ее компоненты сливаются. В результате белый карлик, набрав достаточно большую массу, может превратиться в нейтронную звезду. Аккреция оставшегося вещества способна поддерживать рентгеновское излучение этого объекта.

Нейтронные звезды, образовавшиеся в галактическом ядре этим путем, могут в дальнейшем путем обмена вновь попадать в двойные системы и тем самым длительное время служить рентгеновскими источниками. Постепенно набирая массу, эти нейтронные звезды в принципе могут превращаться и в черные дыры.

Вернемся от этих, уже достаточно спекулятивных возможностей, к вопросу о роли нагрева двойными в условиях галактических ядер. Вплоть до момента, пока энергия связи двойной, постепенно увеличивающаяся при ее упрочнении в ходе гравитационных взаимодействий с единичными звездами, не возросла до величины, когда стало существенным гравитационное излучение (рис. 5), двойные звезды участвуют в нагреве ядра, нагрев превосходит диссипативное охлаждение, связанное с ними, если дисперсия скоростей в системе $v < 150 \text{ км/с}$ (при средней концентрации звезд 10^7 пс^{-3}). Для ядра нашей Галактики дисперсия скоростей звезд обычно принимается порядка 200 км/с [21], что делает нагрев двойными неэффективным. В то же время если внутри галактического ядра плотность звезд и их дисперсия скоростей подчиняются изотермическому закону (т. е. $n \propto R^{-2}$, $v = \text{const}$), то в центральных областях ядра ситуация становится весьма благоприятной, чтобы нагрев этих областей двойными звездами стал существенным.

Затронем вкратце вопрос о нагреве жесткими двойными в галактических ядрах, имеющих другие параметры n и v .

В ядрах с более высокой, чем в ядре Галактики, дисперсией скоростей минимальная величина βx_{\max} , при которой $E > 0$, быстро снижается до $\beta x_{\max} \approx 4$ (рис. 5). В то же время предельная величина βx_{\max} , ниже которой потери двойной на гравитационное излучение несущественны, зависит от n и v , как $\beta x_{\max} \propto N^{-2/10} R \propto N^{-2/10} v^{-1}$ [здесь использована теорема вириала, согласно которой $v \propto (N/R)^{1/2}$]. Чтобы нижний и верхний пределы на βx_{\max} не противоречили друг другу, полное число звезд N в компактном ядре должно быть заметно меньше, чем в ядре нашей Галактики.

Что касается ядер с дисперсией скоростей меньшей, чем у ядра Галактики, то линия BB на рис. 5, ограничивающая снизу область $E > 0$, есть $\beta x_{\max} \propto v^{-2}$, т. е. растет с убыванием v . Чтобы эта величина не превысила верхнего предела $\beta x_{\max} \propto N^{-2/10} v^{-1}$, даваемого потерями на гравитационное излучение, величина N должна упасть, по сравнению с числом звезд в ядре Галактики, значительно сильнее, чем v . Вопрос о существовании галактических ядер с подобными характеристиками в настоящее время, по-видимому, является открытым.

Основные выводы. Для удобства читателя суммируем здесь основные выводы работы вместе с указанием разделов статьи, где эти выводы получены.

1. Анализ образования жестких пар при диссипативных двойных сближениях (с учетом возможности приливного упрочнения части мягких пар, успевающих превратиться в жесткие при одном или многократных прохождениях периастра) приводит к выражению (3. 22) для скорости образования греющих пар, которая не намного меньше полной скорости образования всех связанных пар в широком диапазоне дисперсий скоростей v в звездной системе и концентраций звезд n .

2. Скорость образования жестких пар из мягких, которые получают при (бездиссипативных) тройных сближениях и затем успевают стать прочными в ходе приливных прохождений периастра, оказывается значительно ниже, чем при (диссипативных) двойных сближениях (раздел 4).

3. Скорость диссипативного охлаждения звездной системы двойными (обусловленная в основном их образованием) примерно в 5 раз ниже, чем имеющаяся в литературе (раздел 5).

4. Нагрев звездной системы двойными звездами в системах со сравнительно большой дисперсией скоростей обусловлен в основном упрочнением тех двойных с циркуляризованными орбитами, которые образовались при диссипативных двойных встречах, а в системах с низкой дисперсией скоростей — упрочнением циркуляризованных двойных, образовавшихся при тройных встречах (раздел 6б). Однако в шаровых звездных скоплениях вновь образующиеся двойные после приливной циркуляризации их орбит оказываются чрезмерно жесткими и нагрев ими скопления оказывается много меньшим охлаждения, связанного с приливным взаимодействием одиночных звезд (раздел 6в). В ядрах галактик может образоваться при диссипативных двойных встречах весьма большое число жестких пар (раздел 6г), которые после приливного перетекания вещества на один из компонентов и превращения его в белый карлик или в нейтронную звезду способны значительно упрочняться и греть звездную систему. Однако гравитационное излучение двойной ставит предел ее нагревающей способности (раздел 7а) и приводит к тому, что в ядре Галактики (и подобных ей спиральных галактик) нагрев двойными меньше, чем сопутствующее диссипативное охлаждение. Тем не менее в центральных областях ядер нагрев жесткими двойными может оказаться существенным (раздел 7б).

Литература

1. Heggie D. C. Binary evolution in stellar dynamics. — *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1975, **173**, p. 729—787.
2. Heggie D. C. A Theory of core collapse in clusters. — *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1979, **188**, p. 525—554.
3. Hills J. G. Encounters between binary and single stars and their effect on the dynamical evolution of stellar systems. — *Astron. J.*, 1975, **80**, p. 809—825.
4. Hills J. G. Effect of binary stars on the dynamical evolution of stellar clusters. II. Analytic evolutionary models. — *Astron. J.*, 1975, **80**, p. 1075—1080.
5. Heggie D. C. The dynamical of binaries in slusters. — In: *Dynamics of Stellar Systems (IAU Symp. No. 69)*, ed. by A. Hayli (Reidel, Dordrecht), 1975, p. 73—76.
6. Гуревич А. Э., Левин Б. Ю. Образование двойных звезд. — *Астрон. ж.*, 1950, **27**, с. 273—284.
7. Spitzer L., Hart M. N. Random gravitational encounters and the evolution of spherical systems. I. Model. — *Astrophys. J.*, 1971, **164**, p. 399—409.
8. Fabian A. C., Pringle J. E., Rees M. J. Tidal capture formation of binary systems and X-ray sources in globular clusters. — *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, 1975, **172**, p. 15P—18P.
9. Press W. H., Teukolsky S. A. The formation of close binaries by two-body tidal capture. — *Astrophys. J.*, 1977, **213**, p. 183—192.
10. Milgrom M., Shapiro S. L. Two-body tidal dissipation in large N -body systems. — *Astrophys. J.*, 1978, **223**, p. 991—999.
11. Lightman A. P., Shapiro S. L. The dynamical evolution of globular clusters. — *Rev. Mod. Phys.*, 1978, **50**, p. 437—481.
12. Докучаев В. И., Озерной Л. М. Эволюция звездных скоплений и тесные двойные звезды. — *Астроном. ж.*, 1978, **55**, с. 2—36.
13. Докучаев В. И., Озерной Л. М. Диссипативная эволюция звездных систем. II. Влияние двойных звезд на эволюцию шаровых скоплений и ядер галактик. — *Настоящий сб.*, с. 50—71.
14. Spitzer L., Mathieu R. D. Random gravitational encounters and the evolution of spherical systems. VIII. Clusters with an initial distribution of binaries. — *Astrophys. J.*, 1980, **241**, p. 618—636.
15. Spitzer L. Evolution of stellar systems. — In: *Dynamics of Stellar Systems (IAU Symp. No. 69)*, ed by A. Hayli (Reidel, Dordrecht), 1975, p. 73—79.
16. Plavec M., Kratochvil P. Tables for the Roche model of close binaries. — *Bull. Astron. clust. Czechosl.*, 1964, **15**, p. 165—170.
17. Peters P. C., Mathews J. Gravitational radiation by an eccentric binary. — *Phys. Rev.*, 1963, **131**, p. 435—443.
18. Ndusa A. The Roche problem in an eccentric orbit. — *Astrophys. J.*, 1971, **170**, p. 131—142.
19. Тутуков А. В., Юнгельсон Л. Р. Эволюция тесных двойных звезд. — *Научные информации Астрон. совета АН СССР*, 1980.
20. Paczynski B. Gravitational waves and the evolution of close binaries. — *Acta Astron.*, 1967, **17**, p. 287—296.
21. Oort J. H. Center of Galaxy. — *Annual Rewiew Astron. and Astrophys.*, 1977, **15**, p. 295—318.