

УДК 524.827

## К ПОНИМАНИЮ ЗАГАДКИ ХОЛОДНОГО ПЯТНА В КАРТАХ WMAP

© 2010 П. Д. Насельский<sup>1\*</sup>, П. Р. Кристенсен<sup>1\*\*</sup>, П. Коулз<sup>2\*\*\*</sup>,  
О. В. Верходанов<sup>3\*\*\*\*</sup>, Д. И. Новиков<sup>4\*\*\*\*\*</sup>, Я. Ким<sup>1\*\*\*\*\*</sup>

<sup>1</sup>*Niels Bohr Institute, Blegdamsvej 17, DK-2100 Copenhagen, Denmark*

<sup>2</sup>*School of Physics & Astronomy, Cardiff University, 5 The Parade, Cardiff, CF24 3AA, Wales, United Kingdom*

<sup>3</sup>*Специальная астрофизическая обсерватория, Нижний Архыз, 369167 Россия*

<sup>4</sup>*Imperial College, London, United Kingdom*

Поступила в редакцию 2 ноября 2009 г.; принята в печать 12 декабря 2009 г.

Холодное Пятно (CS — Cold Spot) с Галактическими координатами ( $b = -57^\circ, l = 209^\circ$ ) было открыто в данных спутника Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) как аномалия фона. Чтобы оценить значимость Пятна для космологических исследований, мы проанализировали его свойства кластерным анализом пиков сигнала микроволнового фона. Кроме того, мы проверили гипотезу о том, что микроволновой сигнал имеет негауссовый хвост, локализованный в компонентах низких мультиполей. Для этого был построен линейный фильтр, разделявший сигнал на две части: негауссовую и гауссовую. Используя масштаб фильтра как переменную, можно максимизировать асимметрию и эксцесс сглаженного сигнала и минимизировать эти статистические характеристики. Мы нашли, что, в отличие от Северной части, Южная галактическая полусфера карты реликтового излучения характеризуется значительным отклонением от гауссовости, в котором CS является не единственным ее проявлением. Было обнаружено, что форма CS определяется в основном компонентами сигнала CMB из диапазона мультиполей  $10 \leq \ell \leq 20$  с соответствующим угловым разрешением около  $5 - 10^\circ$ . Этот сигнал приводит к модуляции CMB на всем небе, обнаруживаемой на широтах  $|b| > 30^\circ$  в обеих картах ILC и WCM, а не только в локализованной области. После вычитания этой модуляции оставшаяся часть сигнала CMB является статистически однородной и гауссовой. Поэтому мы делаем вывод, что загадка Холодного Пятна WMAP прямо отражает пекулярные особенности низких мультиполей сигнала CMB, а не один локальный (изолированный) дефект или анизотропную космологию.

Ключевые слова: *теоретическая и наблюдательная космология*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Предельно Холодное Пятно (Cold Spot — CS), явно несовместимое с предположением о статистически однородных гауссовых флуктуациях, было обнаружено вейвлет-анализом [1–3] в данных первого года наблюдений на спутнике WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe). Позднее существование пятна было подтверждено [4, 5] в данных третьего и пятого года наблюдений WMAP [6–8]. Центр CS в данных WMAP имеет галактические координаты  $b = -57^\circ, l = 209^\circ$  и характерный масштаб около  $10^\circ$ . Как указали Круз и др. [9], в области пятна частотная зависимость

сигнала очень плоская. Этот факт используется авторами как аргумент в пользу того, что WMAP CS является скорее частью сигнала космического микроволнового фона (Cosmic Microwave Background — CMB), чем частью наложенного фонового излучения. Авторы [9] указали причину, почему CS не было обнаружено в пространстве пикселей до применения вейвлет-анализа, объясняя это тем, что оно спрятано среди структур различных угловых масштабов.

Как легко видимый пример негауссового поведения CMB в данных WMAP, Холодное Пятно привлекает особенно серьезное внимание и с теоретической точки зрения. Так, Томита [10] предположил, что CS может иметь отношение к гравитационным эффектам второго порядка. Иноуи и Силк [11] предложили модель, привлекающую для объяснения феномена уравнивающий сигнал локального войда. Происхождение CS и его связи с яркостной температурой и рас-

\*E-mail: naselsky@nbi.dk

\*\*E-mail: perrex@nbi.dk

\*\*\*E-mail: peter.coles@astro.cf.ac.uk

\*\*\*\*E-mail: vo@sao.ru

\*\*\*\*\*E-mail: d.novikov@imperial.ac.uk

\*\*\*\*\*E-mail: jkim@nbi.dk

пределением источников NVSS [12], сглаженным до масштабов нескольких градусов, обсуждалось Рудником и др. [13]. Они обнаружили углубление на 20–45% в сглаженном распределении источников, которое может быть интерпретировано, по их мнению, как проявление интегрального эффекта Сакса-Вольфа, видимого в одной области неба в сигнале СМВ. Яффе и др. [14, 15], Кэйон и др. [16] и МакИвен и др. [17, 18] исследовали возможность объяснения CS и других особенностей низких мультиполей WMAP анизотропными космологическими моделями Бьянки VIIh. Недавно Круз и др. [5, 19] указали, что CS может быть образовано космической текстурой, а сигнал СМВ является комбинацией гауссовой и негауссовой частей. Текущий статус проблемы происхождения CS все еще остается неопределенным, несмотря на большой набор теоретических предложений. И все же, если мы верим, что какая-то часть сигнала СМВ в данных WMAP содержит негауссовы особенности, необходимо найти дополнительные факты, подтверждающие негауссовость, чтобы понять их свойства более полно. Поэтому в этой работе мы проводим детальное исследование свойств CS, сосредотачиваясь на следующих моментах.

Первое, в разделе 2 мы показываем, как легко CS может быть обнаружено в пиксельном пространстве не только в выделенном сигнале СМВ, но даже в картах WMAP в полосах K–W еще до разделения сигнала СМВ и мешающих фоновых компонент.

Второе, мы продемонстрируем, что CS принадлежит кластеру локальных минимумов, пространственное распределение которых промодулировано модами больших угловых масштабов сигнала СМВ вне Галактической плоскости. Для этого мы используем карту внутренней линейной комбинации (Internal Linear Combination — ILC) третьего (ILC III) года и карту, очищенную от фоновых компонент и полученную комбинацией наблюдаемых каналов (co-added WMAP foreground-cleaned combined map — WCM) [6, 7], в формате HEALPix с параметром  $N_{side} = 512$  и конвертированную в формат GLESP [20], где каждое кольцо по широте имеет одно и то же количество пикселей  $N_\phi = 2048$  в азимутальном направлении  $\phi$  в полярных координатах. Потом мы представим кластерный анализ [21] положительных и отрицательных пиков для выбранных колец в области вне маски Кр0 [6, 7] и уделим внимание кольцу на сфере, пересекающему CS на его экстремуме  $b = -57^\circ$  и  $-180^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$ . Рассматривая сигнал в каждом кольце на широте  $b$ , мы можем исследовать морфологию распределения сигнала для всего диапазона  $\phi$ . Этот подход позволяет связать морфологию CS с сигналом снаружи CS на той же широте

$b = -57^\circ$ . Мы покажем, что кластер, содержащий CS, не является уникальной особенностью кольца на  $b = -57^\circ$ . Например, на близких к CS широтах есть два значимых кластера максимумов, но эти пики имеют меньшую, чем у CS, амплитуду.

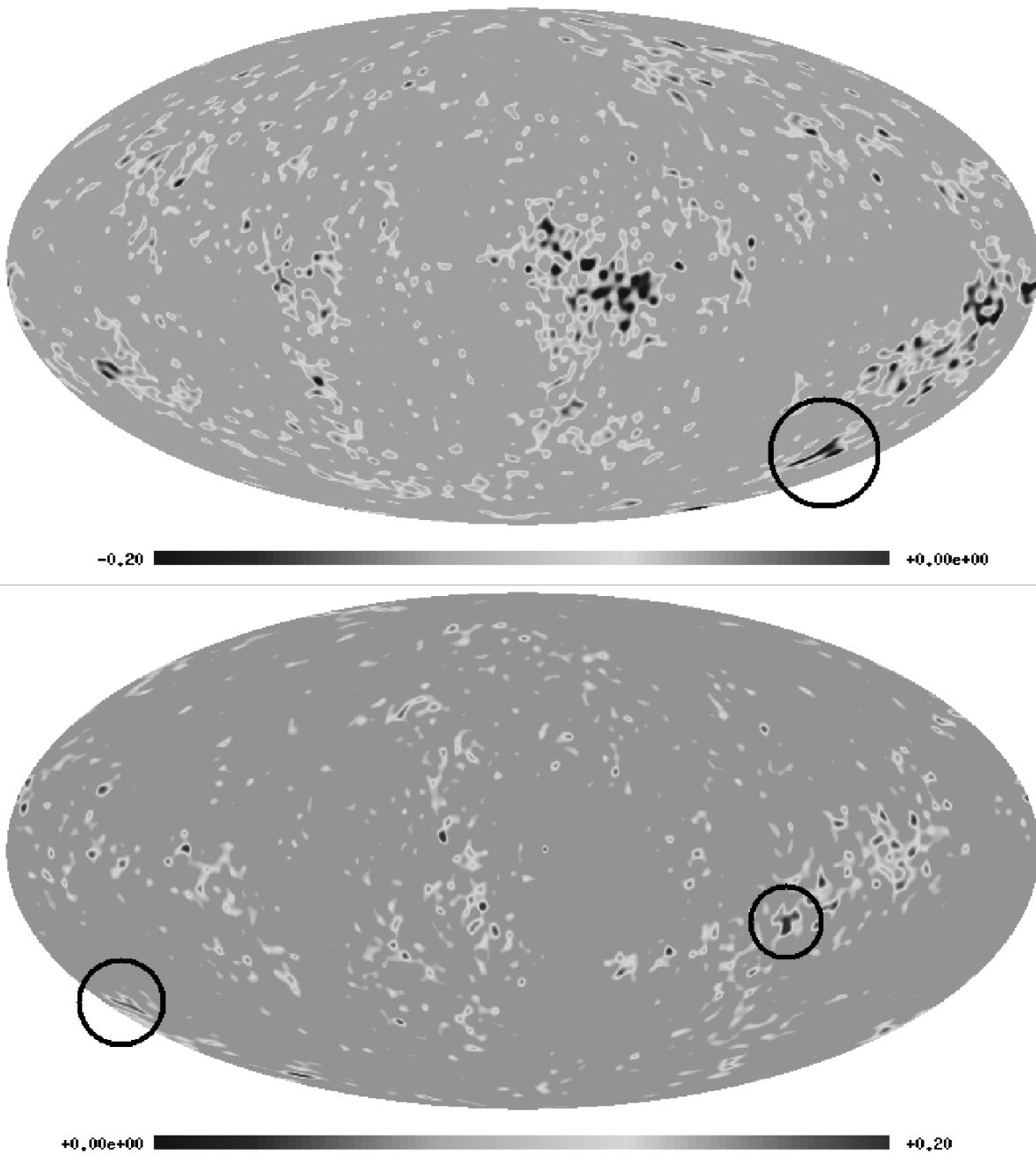
Далее, так как происхождение больших кластеров экстремумов имеет отношение к угловой модуляции сигнала на больших масштабах [21], мы можем разделить сигнал на две части. Чтобы это сделать мы используем асимметрию (skewness) и эксцесс (kurtosis) сигнала в выбранных кольцах, включая кольцо на  $b = -57^\circ$ . Используя простой линейный сглаживающий фильтр с характеристическим масштабом  $R$ , мы разделяем сигнал на сглаженную компоненту и разницу между исходным сигналом и сглаженной компонентой. Для сглаженного сигнала мы определяем асимметрию  $S(R)$  и эксцесс  $K(R)$  как функции  $R$  и находим масштаб фильтрации, который максимизирует эти обе характеристики  $S(R_{opt}), K(R_{opt}) \rightarrow \max$ . Используя такой масштаб  $R_{max}$ , мы разделяем исходный сигнал СМВ на две части, одна из которых (сглаженная) содержит максимально негауссовый сигнал, а другая (входной сигнал минус сглаженный) — максимально гауссовый сигнал. Негауссова часть в основном формируется сигналом, локализованным в диапазоне мультиполей  $2 \leq \ell \leq 20$ , а другая часть принадлежит диапазону  $\ell > 20$ . Наш анализ явно демонстрирует, что выявленная негауссовость CS напрямую отражает существование крупномасштабной угловой модуляции сигнала СМВ на  $10 \leq \ell \leq 20$ .

Наконец, используя кластерный анализ в комбинации со статистикой асимметрии и эксцесса, мы обнаружили несколько дополнительных холодных и горячих пятен на том же кольце с  $b = -57^\circ$ , что и самое известное. Чтобы показать, что эффект кластеризации пиков у низких мультиполей СМВ является общим, мы рассмотрели Северное галактическое полушарие с дефицитом мощности и нашли на нем несколько холодных и горячих пятен. Идея применения кластерного анализа в комбинации с асимметрией и эксцессом была простимулирована работами [1–4, 9], и особенно [22, 23].

В нашем исследовании мы используем как карту WCM, так и карту ILC третьего года, которые очень похожи вне разреза  $b = \pm 25^\circ$  от плоскости Галактики. Для нашего анализа использовалась карта высокого разрешения ILC III для маркировки возможных зон СМВ на небе, в которых ожидается повышенная кластеризация пиков.

## 2. “НАИВНОЕ” ОБНАРУЖЕНИЕ ХОЛОДНОГО ПЯТНА WMAP

Как указывалось во Введении, исторически CS было обнаружено в данных WMAP как один из

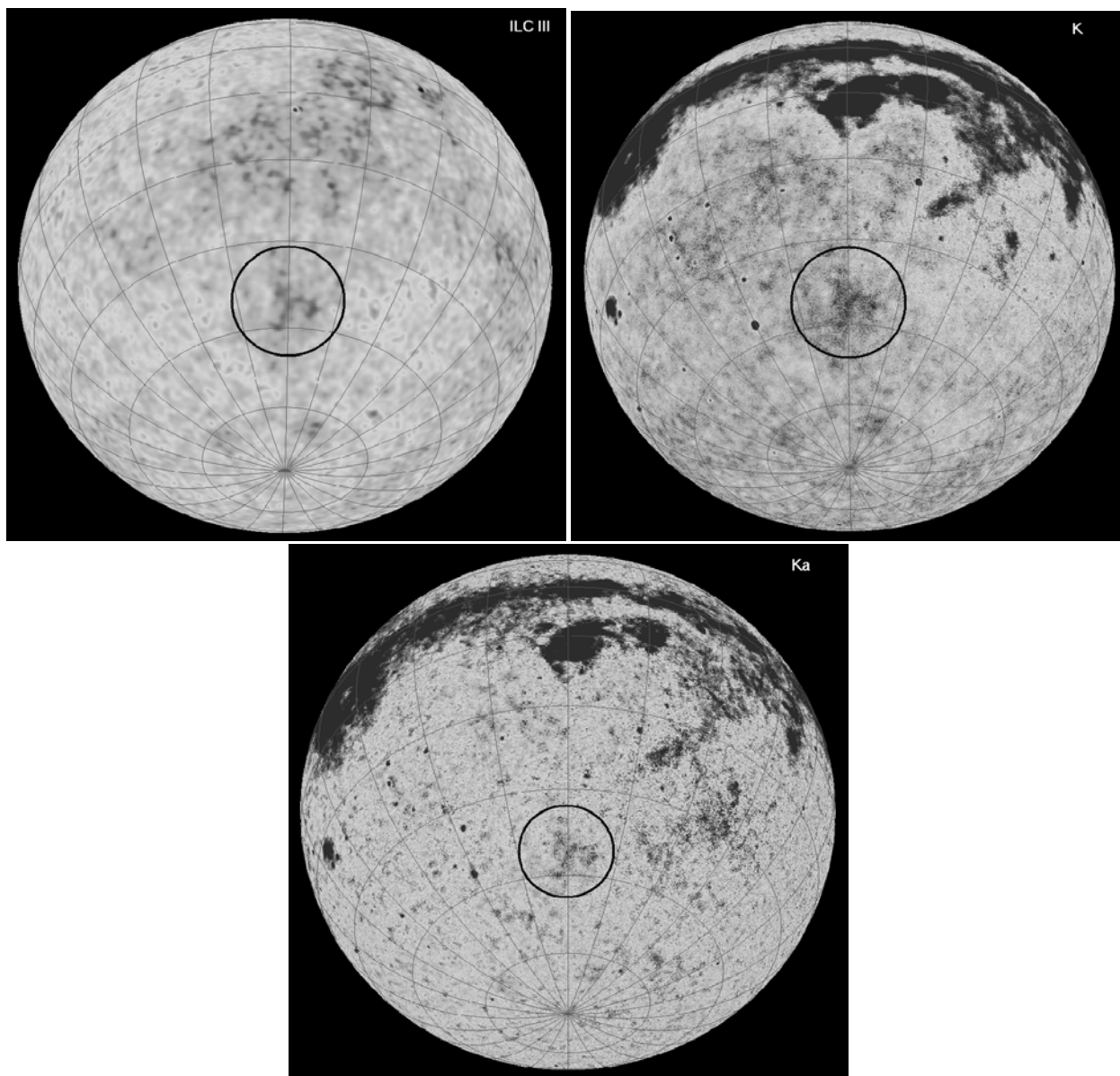


**Рис. 1.** Карта с отрицательными (вверху) и положительными (внизу) порогами  $-0.2 \leq T \leq -0.05$  мК и  $0.05 \leq T \leq 0.2$  мК для карты ILC III. На верхней карте окружность отмечает положение CS в Галактических координатах. На нижней карте окружности отмечают положительные пики высокой амплитуды.

самых глубоких минимумов в сигнале СМВ с помощью основанного на вейвлетах метода. Наша первая цель — показать, что это Холодное Пятно может быть реально обнаружено совершенно непосредственно в пиксельном пространстве, применяя технику задания порогов. На Рис. 1 мы устанавливаем два порога сигнала ILC III в диапазоне температур  $-0.2 \leq \Delta T \leq -0.05$  и  $0.05 \leq \Delta T \leq 0.11$  мК и отмечаем их цветовым (оттенками серого в черно-

белом варианте) масштаб в диапазоне  $(-0.2, 0)$  и  $(0, 0.2)$  мК соответственно.

Из этого рисунка хорошо видна разница в статистических свойствах сигнала при положительных и отрицательных порогах карты. Во-первых, важно отметить, что большинство положительных пиков связано с площадкой вокруг  $|b| \leq 25^\circ - 30^\circ$  (см. нижнюю часть рисунка), в то время как отрицательные пики ясно наблюдаются вне этой



**Рис. 2.** Карты программы SkyViewer: сверху слева — ILC III, сверху справа — K-полоса, внизу — Ka-полоса WMAP с обрезанием до минимальных величин. На всех картах расположение зоны CS отмечено окружностью.

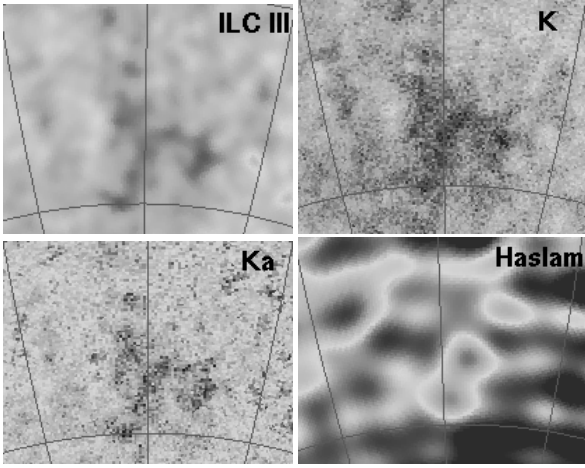
области карты. Во-вторых, амплитуда наиболее ярких положительных пиков ограничена уровнем 0.11 мК, в то время как отрицательные пики имеют амплитуду около  $-0.019$  мК. Для Холодного Пятна температура отрицательного пика находится в согласии с оценкой из работы [4]. Используя программу SkyViewer, мы демонстрируем на Рис. 2 карты ILC III, K-канала и Ka-канала, на которых CS располагается в центре области, отмеченной окружностью (группа холодных пиков внутри окружности). На K и Ka-картах можно видеть, что CS наблюдается даже без вычитания сигнала СМВ. В согласии с [2, 13] мы отмечаем, что в

данной области скорее расположен целый кластер отрицательных пиков, чем просто один минимум.

Чтобы показать структуру зоны, содержащей CS, мы даем на Рис. 3 изображения с высоким разрешением ( $\ell_{max} = 100$ ) для внутренней структуры Холодного Пятна, а также карты Хаслама и др. на частоте 408 МГц [24], которая, как ожидается, свободна от “загрязнения” излучением СМВ.

Из Рис. 2 и 3 можно сделать важный вывод о том, что зона CS окружена зонами с горячими пятнами, отчетливо видимыми на Рис. 2 точно с правой и левой сторон Холодного Пятна.

Если происхождение CS имеет отношение к модуляции на больших угловых масштабах кар-



**Рис. 3.** Отдельная проекция зоны CS для карт ILC III, K, Ka и из работы Хаслама и др. [24] Размер всех карт  $25^\circ \times 25^\circ$ .

ты СМВ и возможной анизотропии распределения мощности вдоль неба, то естественно было бы ожидать, что дополнительно к CS в данных WMAP [1] мы могли бы обнаружить и другие холодные и горячие пятна со схожими морфологическими свойствами. Чтобы это продемонстрировать для карт WCM и ILC III, в следующем разделе мы применим к ним кластерный анализ выделения возможных зон с пекулярным распределением кластеров в сигнале.

### 3. КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ КАРТ СМВ В ОКРЕСТНОСТИ CS

Основная идея кластерного анализа заключается в разделении сигнала СМВ со всего неба на зоны над и под маской Кр0 и представлении его в виде широтных колец, а затем в анализе свойств сигнала в каждом кольце отдельно. Сначала коротко опишем статистические свойства сигнала  $T(\theta = \theta_c, \varphi)$  для заданной широты  $b$ . Рассмотрим распределение пиков выше и ниже некоторого заданного порога  $\nu_t = \Delta T / \sigma_0$ , где  $\sigma_0$  — стандарт для каждого кольца. Для одномерного сечения карты СМВ мы вводим определение кластера максимумов, рассматривая, например, две точки  $x_1$  и  $x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) из кольца. Если для всех точек в интервале  $x_1 \leq x \leq x_2$  выполняется  $\Delta T(x) > \nu_t \sigma_0$ , то будем называть такие точки  $x_1, x_2$  связанными друг с другом по отношению к порогу  $\nu_t$ . Вообще, набор максимумов для  $\Delta T$ , расположенный в точках  $\{x_k\}, k = \overline{1, K}$ , мы назовем кластером длины  $D$ , если все точки  $\{x_k\}$  являются связанными друг с другом, когда используется порог  $\nu_t$ <sup>1</sup>. Длина кла-

стера  $D = |x_1 - x_2| / 2\pi$  является аналогом определения двумерной площадки [4], но для одномерного случая. Для случайного гауссова поля статистика длины кластеров (одномерных) и площадки (двумерной) является одинаково чувствительной к спектральным параметрам случайного поля, как описано в [25]. Тем не менее, различие между статистикой кластерного анализа кольца и площадки становится очевидным в приложении к негауссовым случайным полям. Предположим временно, что некоторая зона в сигнале характеризуется статистикой площадки, и она очень негауссова. Чтобы охарактеризовать свойства негауссова поля, очень важно знать, относится ли эта площадка к равновесной структуре с одним пиком или она сформирована кластером пиков с такой площадью. Поэтому в нашем исследовании статистических свойств карт мы предпочитаем кластерный анализ (СА). В нашем анализе в дополнение к длине кластера  $D$ , мы будем использовать его размер  $S$ , который определим как число максимумов (или минимумов) выше (или ниже) порога  $\nu_t$  с интервалом длины  $D = |x_1 - x_2| / 2\pi$ .

#### 3.1. Статистические свойства сигнала в заданном широтном кольце

Чтобы описать статистические свойства сигнала широтного кольца, мы используем подход из работы [26].

Стандартная обработка сигнала  $T(\theta, \varphi)$  на полном небе проводится с помощью разложения по сферическим гармоникам:

$$T(\theta, \varphi) = \sum_{\ell=0}^{\ell_{\max}} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\theta, \varphi), \quad (1)$$

где  $\theta$  и  $\varphi$  — полярный и азимутальный углы соответственно, и  $a_{\ell m}$  — коэффициенты при сферических гармониках  $Y_{\ell m}$ . Сферические гармоники определяются в терминах полиномов Лежандра и плоских волн:

$$Y_{\ell m}(\theta, \varphi) = N_{\ell m} P_{\ell}^m(\cos \theta) \exp(im\varphi), \quad (2)$$

где

$$N_{\ell m} = (-1)^m \sqrt{\frac{(2\ell + 1)(\ell - m)!}{4\pi(\ell + m)!}}. \quad (3)$$

Для случайного гауссова распределения сигнала СМВ по небу свойства статистического ансамбля реализаций полностью определяется спектром мощности

$$C(\ell) = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} \langle |a_{\ell, m}|^2 \rangle, \quad (4)$$

<sup>1</sup>Аналогичное определение можно ввести для кластера минимумов, когда вместо максимумов используются минимумы  $\Delta T$ .

в то время как для единственной реализации мы ожидаем найти некоторое отклонение от  $C(\ell)$ , обусловленное эффектом “космической вариации” (“cosmic variance”). Ниже мы используем полярную систему координат, в которой Галактическая плоскость ( $b = 0$ ) задается полярным углом  $\theta = \pi/2$ .

Проанализируем сигнал  $T(\theta_c, \varphi)$  из широтного кольца  $\theta = \theta_c$ , где  $|\theta_c| \geq |\theta_{\text{mask}}|$ ,  $|\theta_{\text{mask}}|$  является максимальной широтой для любой маски фона. Это кольцо  $T(\theta_c, \varphi) \equiv T_c(\varphi)$  является одномерным сигналом, для которого можно построить Фурье-преобразование с коэффициентами  $g_m$ :

$$T_c(\varphi) = \sum_{m=-\ell_{\text{max}}}^{\ell_{\text{max}}} g_m \exp(im\varphi), \quad (5)$$

где

$$g_m = \int_0^{2\pi} d\varphi T_c(\varphi) \exp(-im\varphi). \quad (6)$$

Тогда можно отнести кольцо ко всему небу с помощью (2) и (5) и получить

$$g_m = \sum_{\ell \geq |m|}^{\ell_{\text{max}}} N_{\ell m} P_{\ell}^m(\cos \theta_c) a_{\ell m}. \quad (7)$$

Надо сказать, что Фурье-коэффициенты  $g_m$  для кольца могут быть выражены через комбинацию коэффициентов  $a_{\ell m}$  для полного неба. Определяя вариацию сигнала для широтного кольца как

$$\begin{aligned} \text{Var}T &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi [T(\varphi) - \langle T \rangle]^2, \\ \langle T \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi T(\varphi) \end{aligned} \quad (8)$$

и подставляя (5) в (8) мы имеем

$$\begin{aligned} \langle T \rangle &= \sum_{\ell} N_{\ell, m=0} P_{\ell}(\cos \theta) a_{\ell, m=0}, \\ \text{Var}T &= \sum_{\ell} \sum_{\ell'} \sum_{m \neq 0} N_{\ell, m} N_{\ell', m} P_{\ell, m}(\cos \theta) \\ &\quad \times P_{\ell', m}(\cos \theta) a_{\ell, m} a_{\ell', m}^*. \end{aligned} \quad (9)$$

Для случайного гауссова поля (Gaussian random field — GRF) после усреднения всех реализаций комбинации  $a_{\ell m}$ -коэффициентов в (9) удовлетворяют следующим условиям:

$$\langle a_{\ell, m} a_{\ell', m'}^* \rangle = C(\ell) \delta_{\ell, \ell'} \delta_{m, m'} \quad (10)$$

и тогда

$$\text{Var}T = \sum_{\ell} \sum_{m \neq 0} N_{\ell, m}^2 P_{\ell, m}^2(\cos \theta) C(\ell)$$

$$= \sum_{\ell} W(\ell, \cos \theta) C(\ell) \quad (11)$$

где  $W(\ell, \cos \theta) = \sum_{m \neq 0} N_{\ell, m}^2 P_{\ell, m}^2(\cos \theta)$  есть функция окна для кольца.

Наш подход является особым случаем для хорошо известного теоретического предсказания: любые  $n$ -мерные сечения  $N$ -мерного гауссова случайного сигнала дают также гауссовый сигнал. Тем не менее, эта универсальная теория говорит нам о GRF, представленном наборами реализаций. Для одной единственной реализации неба СМВ, которая имеется у нас в случае сигнала WMAP, (11) больше не пригодно. В более общем случае вместо (11) мы имеем

$$a_{\ell, m} a_{\ell', m'}^* = C(\ell) G_{\ell, \ell'}^{m, m'}, \quad \langle G_{\ell, \ell'}^{m, m'} \rangle = \delta_{\ell, \ell'} \delta_{m, m'}. \quad (12)$$

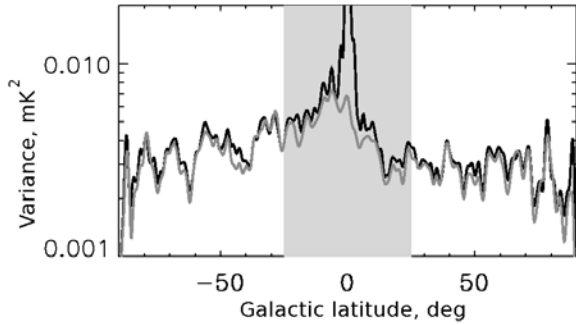
Таким образом,

$$\begin{aligned} \text{Var}T &= \sum_{\ell} \sum_{\ell'} \sum_{m, m' \neq 0} N_{\ell, m} N_{\ell', m'} P_{\ell, m}(\cos \theta) \\ &\quad \times P_{\ell', m'}(\cos \theta) C(\ell) G_{\ell, \ell'}^{m, m'}, \\ W(\ell, \cos \theta) &= \sum_{\ell'} \sum_{m \neq 0} N_{\ell, m} N_{\ell', m'} \\ &\quad \times P_{\ell, m}(\cos \theta) P_{\ell', m'}(\cos \theta) G_{\ell, \ell'}^{m, m'} \end{aligned} \quad (13)$$

Матрица  $G_{\ell, \ell'}^{m, m'}$  описывает связь между различными модами  $\ell, m$  and  $\ell', m'$  для случайного процесса  $T(\varphi)$ , который приводит к вариациям дисперсии  $\text{Var}T(\theta)$  в различных кольцах ( $\theta = \text{const}$ ). Можно видеть, что интегрирование (13) по  $\theta$  предотвращает спонтанные корреляции ( $G_{\ell, \ell'}^{m, m'} \neq \delta_{\ell, \ell'} \delta_{m, m'}$ ) даже на всем небе. Однако для отдельного кольца у нас будет дополнительная модуляция этих корреляций, зависящая от  $\theta$  через функцию окна  $W(\ell, \cos \theta)$ . На Рис.4 мы показываем зависимость  $\text{Var}T$  от галактической широты для карт WCM и ILC III.

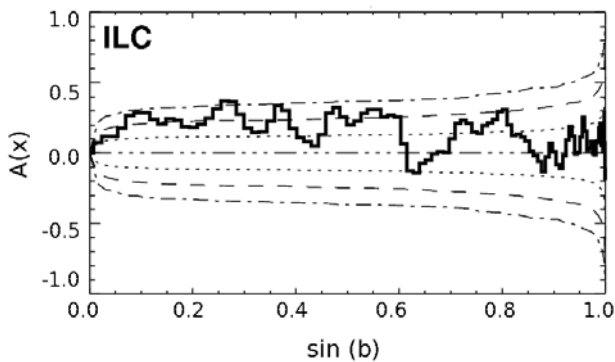
Сначала подчеркнем заметную схожесть этих карт вне области маски Кр0. Более того, вариация карты WCM в каждом кольце соответствует вариации ILC III почти точно для всех широт, исключая зону  $|b| \leq 5^\circ$ . Второе, заметим, что кольцо  $b = -57^\circ$  о лежит возле локального максимума вариации. Ширина этой зоны около  $10^\circ$ . Третье, из Рис. 4 можно ясно видеть асимметрию вариации для колец, расположенных в Северной и Южной полушарах. Чтобы охарактеризовать эту асимметрию, мы вводим следующий параметр

$$A(x = \cos \theta) = \frac{\text{Var}T(-\cos \theta) - \text{Var}T(\cos \theta)}{\text{Var}T(\cos \theta) + \text{Var}T(-\cos \theta)} \quad (14)$$



**Рис. 4.** Вариация карты WCM (черная толстая линия) и ILC III (серая тонкая линия) в зависимости от галактической широты. Вертикальная полоса в центре рисунка отмечает область Галактики.

где  $VarT(\cos \theta)$  — вариация сигнала для кольца с полярной координатой  $\theta$ .



**Рис. 5.** Параметр асимметрии  $A(x)$  в зависимости от  $\sin(b)$  для колец ILC III и для 1000 реализаций GRF CMB. Пунктирная, штриховая и штрих-пунктирная линии соответствуют порогам 68%, 95% и 99%.

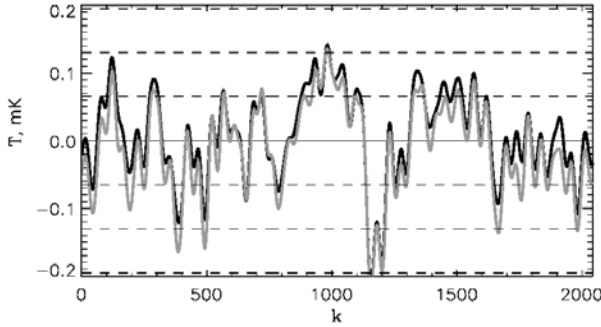
На Рис. 5 мы показываем поведение параметра асимметрии  $A(x)$  в зависимости от  $\sin(b)$  при сравнении с такими же параметрами, полученными для 1000 реализаций GRF CMB. Не требуется дополнительного анализа чтобы увидеть, что вариация сигнала в Южном полушарии выше, чем в Северном. Этот результат согласуется с исследованиями асимметрии мощности для  $10^\circ$  участков неба [22] и анализом статистики пиков [23]. Более того, изучая Рис. 4 на  $b = -25^\circ$  ( $\sin(-25^\circ) = -0.42$ ), можно найти глобальные максимумы вариаций вне маски Кр0. Эта зона ясно наблюдается на Рис.1 прямо ниже Галактической плоскости как большой кластер минимумов, отмеченный Парком [27]. Может ли происхождение этого кластера быть таким же как и кластера вокруг CS? Чтобы ответить

на этот вопрос, нам необходимо внимательно посмотреть свойства сигнала для кольца  $b = -57^\circ$  в азимутальном направлении. Отметим, что этот подход близок к методу Ериксона и др. [22], когда небесная сфера разделяется на зоны с характерным масштабом (диаметром) около  $10^\circ$ , после чего для каждой зоны мощность сигнала используется, чтобы охарактеризовать различие между ними. В нашем подходе, мы частично используем метод Ериксона, разделяя небесную сферу на широтные круги, и затем, анализируя морфологию сигнала для каждого кольца, мы пытаемся найти возможный источник пекулярности сигнала. Из Рис. 5 ясно видно, что кольца на широтах  $|\sin(b)| > 0.82$  ( $b > 55^\circ.1$ ) характеризуются величинами параметра асимметрии  $A(x) \leq 0.2$ . Тем не менее, маленькие значения этого параметра свидетельствуют о том, что распределение вариации для каждого кольца в зависимости от галактической широты почти симметрично по отношению к Галактической плоскости. Таким образом, CS, обнаруженное на широте  $b = -57^\circ$ , могло бы иметь “симметричного партнера” в кольце  $b = 57^\circ$ , или, по крайней мере, морфология сигнала для этих колец могла бы быть близка, чтобы дать почти одинаковую дисперсию  $VarT(b = -57^\circ) \simeq VarT(b = 57^\circ)$ , и  $A(x) \leq 0.2$ .

### 3.2. Кластеры на кольце $b = -57^\circ$

В этом разделе мы уделим внимание азимутальному распределению сигнала для широтного кольца  $b = -57^\circ$ , которое содержит CS. На Рис. 6 мы приводим  $T(\theta_c, \phi)$  для карт WCM и ILC III, сглаженных до углового масштаба  $\Theta_c = 1^\circ$ . Этот рисунок ясно демонстрирует, что нет значительной разницы между морфологией CS в этих картах. Отметим, что команда WMAP указала на то, что карта ILC пригодна для научного анализа только для мультипольных моментов  $\ell \leq 10$ . Как видно из Рис. 6, для кольца на  $b = -57^\circ$  нет значительной разницы между картами ILC III и WCM. Эта тенденция устойчива и для других колец вне маски Кр0. Поэтому мы будем далее использовать карту ILC III как индикатор феномена CS. Весь анализ, представленный в работе, проведен для карты WMAP ILC III в комбинации с картой WCM, и мы не находим значимой разницы между ними.

В последующем анализе мы используем Галактическую координатную систему, в которой Галактический центр имеет широту  $\phi = 0$  и  $\phi$  отсчитывается по часовой стрелке до величины  $\phi = 360^\circ$ . Пикселизация GLESP позволяет нам зафиксировать одно и то же число пикселей для каждого широтного кольца ( $N = 2048$ ) и, следовательно, положение каждого пикселя  $0 \leq k \leq N$  характеризуется углом  $\phi_k$  как  $\phi_k = 2\pi k/N$ .



**Рис. 6.** Распределение температуры  $T$  в зависимости от номера пиксела  $k$  одномерного кольца, проходящего через центр CS ( $b = -57^\circ$ ) в азимутальном направлении. Толстая линия соответствует сигналу WCM, серая линия — карте ILC III. Все карты сглажены до углового масштаба  $\Theta_c = 1^\circ$ . Для данного кольца  $\sigma_0 = 0.0651$  мК. Пунктирными линиями отмечены пороги  $|\nu_t| = 1, 2, 3$ .

На Рис.6 CS ясно проявляется при  $k \simeq 1130 \dots 1224$  как кластер минимумов (C10,  $n = 10$ ) для сигнала в картах WCM и ILC III, а также видно, что нет значимой разницы между этими двумя сигналами как для всего кольца, так и для области CS. Рис.7 демонстрирует распределение длин кластеров  $D(n)$  в зависимости от номера кластера. Кластеры максимумов показаны черным, минимумов — серым. Как можно видеть из Рис.7, в сечении находятся 17 кластеров максимумов и 17 кластеров минимумов. Средняя длина кластеров максимумов карт ILC и WCM  $\langle D_{\text{ilc}}^+(n) \rangle \simeq 0.0337$ , в то время как для кластеров минимумов мы имеем  $\langle D_{\text{ilc}}^-(n) \rangle \simeq 0.0256$ . Для сравнения, после применения 1000 реализаций GRF для спектра мощности WMAP, соответствующего космологической модели  $\Lambda$ CDM, мы нашли  $\langle D_{\text{grf}}^+(n) \rangle \simeq 0.0303$  и  $\langle D_{\text{grf}}^-(n) \rangle \simeq 0.0315$ . Вспомним, что в одномерном случае статистика в площадке, используемая в [4] для двумерного случая и предложенная выше статистика длин, эквивалентны. Тем не менее, чтобы оценить функцию распределения вероятности  $P(D)$  для кластеров при  $\nu_t = 0$  и получить длину  $D$  внутри интервала  $D - \delta D \dots D + \delta D$ , мы делаем численное моделирование, используя 1000 реализаций GRF CMB. В частности, для каждой реализации мы учитывали, что длина каждого кольца на соответствующей широте  $\theta$  перемасштабирована с фактором  $|\sin \theta|$ , который перенормирует длину кластера в каждом кольце. Затем мы сосчитали число кластеров длиной  $D$  и получили функцию распределения  $P(D)$ . Для  $D > \langle D \rangle$  функция  $P(D/\langle D \rangle)$  имеет гауссову форму  $P(D) \propto \exp(-0.5(D/\langle D \rangle)^2)$ , и

соответствующая вероятность получить кластер длиной  $D/\langle D \rangle \simeq 3 - 4$  — около 0.00033 — 0.011. Для кольца с  $\theta = \pi/2$  полное число кластеров равно 40 (для выбранного разрешения карты  $\Theta = 1^\circ$ ), и существование единственного кластера с  $D/\langle D \rangle \sim 3$  вполне возможно. Тем не менее, вероятность, что два или даже три кластера с  $D/\langle D \rangle > 3$  для одного кольца меньше 0.016 (для двух кластеров с  $D/\langle D \rangle = 3$ ) и меньше 0.005 для трех кластеров с такой же длиной. Для  $D/\langle D \rangle > 4$  соответствующая вероятность найти два кластера меньше  $2 \times 10^{-4}$ . Заметим, что наши модели основаны на GRF для карты CMB, в которой в общем воспроизводится статистически однородный и изотропный случайный гауссовый процесс. Как было показано в разделе 3.1, карта ILC III уже статистически пекулярна. Поэтому модель GRF CMB не является совсем адекватной картам WMAP ILC III и WCM и соответствующая оценка статистических свойств этих сигналов нуждается в учете тенденции отклонения от гауссовости скорее, чем строгое ее свидетельство. В разделе 4 мы обсудим некоторые из возможных следствий анизотропии мощности, обсуждаемой в разделе 3.1 и их влияние на свойства зоны CS.

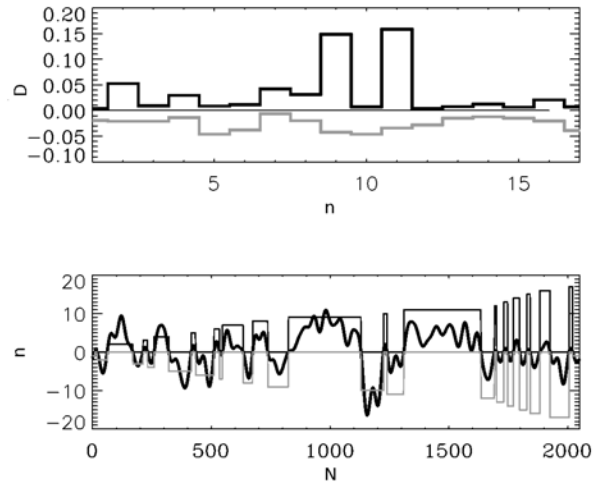
Возвращаясь к анализу CS, мы хотели бы напомнить что кластер C10, содержащий CS, имеет длину  $D_{\text{CS}} = 0.0459 \simeq 1.5 \langle D_{\text{grf}}^-(n) \rangle$ , а его размерность  $D^- = 2$  при  $\nu_t = 0$ . В то же время  $D_{\text{CS}}/\langle D_{\text{ilc}}^-(n) \rangle \simeq 1.8$  при  $\nu_t = 0$ . Эти отношения говорят нам, что данный кластер выглядит как “обычный”, определяемый порогом  $\nu_t = 0$  без какого-либо значительного отклонения от статистических свойств случайного гауссова поля. Тем не менее, экстраординарные свойства этого кластера становятся очевидными, когда рассматриваются другие пороги  $-3 \leq \nu_t \leq -2$ . Из Рис.7 мы можем увидеть, что для диапазона  $\nu_t$  кластер все еще существует как кластер минимумов на уровне  $\nu_t = -3$  и как кластер локальных максимумов на уровне  $\nu_t = -2$ . Новиков и Йоргенсен [21] показали, что для кластера минимумов с  $d^- = 2$  условная вероятность  $P(k_1, k_2)$  найти два отрицательных пика, локализованных в точках  $k_1$  и  $k_2$  в этом кластере, меньше, чем условная вероятность найти один максимум между этими точками с высотой пика выше  $\nu_t$ . В нашем случае этот порог  $\nu_t \simeq -2$  и  $P(k_1, k_2) \leq 0.02$ . Заметим, что условная вероятность  $P(k_1, k_2)$  была найдена теоретически в работе [21] для случайного гауссова поля. Практически, чтобы доказать это ожидание, мы рассмотрели 1000 реализаций карт CMB всего неба, полученных с помощью случайного гауссового генератора, и зафиксировали только те из экстремумов (минимумы и максимумы), которые



превышают порог  $2\sigma$ . Затем из этих экстремумов мы выбирали только те, которые имеют структуру кластера с двумя максимумами и единственным минимумом между ними (или два минимума и локальный максимум между ними) с амплитудой соответствующего минимума или максимума  $\nu_m \geq 2\sigma$ , где  $\sigma^2$  — дисперсия сигнала СМВ для каждой реализации сигнала СМВ со всего неба. Угловое разрешение карт GRF СМВ соответствует  $1^\circ$ , а спектр мощности СМВ  $C(\ell)$ , используемый для генерации ансамбля реализаций, соответствует  $\Lambda\text{CDM}$  космологической модели [28]. Мы нашли, что у 38 (17 минимумов и 21 максимум) реализаций из 1000 имеется подобная СС морфология для частично изолированных зон. Однако ни в одной из этих 38 реализаций пятна не окружены положительными (или отрицательными) кластерами с размерностью 4 или 5. После обнаружения изолированных зон с морфологией, подобной СС, мы выделили одномерные сечения карты, проходящие через эти зоны, чтобы сравнить свойства одномерного скана и кольца на широте  $b = -57^\circ$  из карты ILC. Ни инструментальный шум, ни профиль диаграммы направленности не учитывались. Наша мотивация использования этой простейшей модели заключается в том, что характерный масштаб СС, упоминаемый в [2, 4] составляет около  $10^\circ$ . Для таких угловых масштабов вклад инструментального шума и влияние формы диаграммы направленности слишком малы, чтобы воздействовать на свойства сигнала в окружении СС. Более того, структура СС практически такая же, как для данных WMAP первого, третьего и пятого года представления, в которых инструментальный шум различается значительно. Мы планируем обобщить наш анализ в отдельной работе, включив упомянутый инструментальный шум и форму диаграммы.

Возвращаясь к анализу СС, мы хотели бы указать, что кластер у СС не является уникальной особенностью кольца  $b = -57^\circ$ . Имеются еще два кластера максимумов (см. Рис. 6), а именно, кластер С9 с  $k_{\min} = 825$  и  $k_{\max} = 1129$  с  $D_{C9} = 0.15 = 4.40\langle D_{ilc}^+(n) \rangle$  и кластер С11 с  $k_{\min} = 1310$ ,  $k_{\max} = 1634$  и  $D_{C11} = 0.15 = 4.69\langle D_{ilc}^+(n) \rangle$ . Здесь  $k_{\min}, k_{\max}$  отмечают координаты кластера при  $\nu_t = 0$  в пиксельном домене. Эти кластеры, видимые на Рис. 7, лежат возле кластера минимумов С10, внутри которого находится и СС.

Существование таких кластеров с длинами больше  $4\langle D_{ilc}^+(n) \rangle$  и кластера минимумов С10 с такой большой амплитудой (отрицательной) кажется совершенно пекулярным на широте кольца  $b = -57^\circ$ . Тем не менее, эти особенности не уникальны. Чтобы показать, что “сверхкластеризация” сигнала СМВ со всего неба является



**Рис. 7.** Вверху: длина  $D(n)$  кластеров с  $\nu_t = 0$  в зависимости от номера кластера: линия положительных значений — для кластеров максимумов, линия отрицательных значений — минимумов. Нижний график: номер кластера в зависимости от его положения в пиксельном пространстве (2048 пикселей соответствуют  $360^\circ$  по азимуту). Толстая линия показывает распределение сигнала в одномерном кольце карты ILC III, проходящее через СС, в единицах  $5 \times T_k/\sigma_0$ . Отрицательный знак для  $D^-(n)$  показывает длину кластеров минимумов.

типичной особенностью сигнала, проверим, например, кольцо на широте  $b = +57^\circ$ , расположенное симметрично кольцу  $b = -57^\circ$  относительно Галактической плоскости. На Рис. 8 мы показываем  $T(k)$  и распределение кластеров в зависимости от их длины в кольце на широте  $b = 57^\circ$ . Сигнал обнаруживает замечательную схожесть с морфологией кольца на широте  $b = -57^\circ$ . Так же как и кольцо, содержащее СС, кольцо на  $b = 57^\circ$  характеризуется очень высоким уровнем кластеризации, существованием минимума на уровне  $3\sigma$  как члена кластера с  $D^- = 4$  и существованием положительного кластера с  $D^+ = 6$ . Более того, можно увидеть, что кластер максимумов С7 при  $k_{\min} = 547, k_{\max} = 633$  имеет структуру, схожую со структурой сигнала в СС, но для максимумов.

В конце этого раздела мы хотели бы отметить, что существование кластеров длиной  $D > 3 \dots 4\langle D \rangle$  является очень редким событием для GRF. Существование трех кластеров с  $D \sim 3\langle D \rangle$  для одного широтного кольца на  $b = 57^\circ$  и двух кластеров с  $D > 4\langle D \rangle$  для  $b = -57^\circ$  так же, как и для СС, позволяет нам заключить, что карты ILC и WCM в основном “сверхкластеризованы”. Внимание на СС было сфокусировано в основном по причине амплитуды сигнала в этой области. Более специфичная особенность СС не в этом, а в том, что зона СС реально является кластером пиков с почти одинаковой амплитудой, а также,

что существует очень большой кластер возле этой зоны.

какой-нибудь признак негауссовых особенностей, локализованных по большей части в низкомультипольном диапазоне спектра мощности.

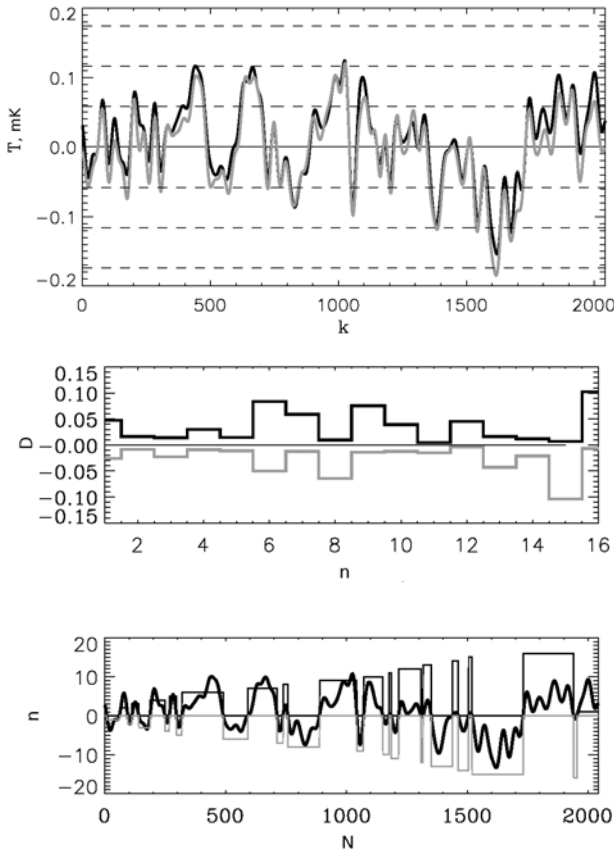


Рис. 8. То же, что и на Рис. 6 и 7, но для кольца с  $b = 57^\circ$ .

#### 4. “ДЕКЛАСТЕРИЗАЦИЯ” ILC III И WCM ЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИЕЙ

В этом разделе мы перепроверим идею Круза и др. [4] о том, что происхождение CS может быть объяснено, если сигнал WMAP SMB содержит негауссовы компоненты в комбинации с гауссовыми. Эта идея кажется совершенно естественной, так как низкомультипольная часть карты ILC WMAP показывает значительные пекулярности сигнала: выравнивание квадруполя и октуполя друг относительно друга, связь с галактическими фонами, низкую мощность квадруполя и так далее. Заметим, что команда WMAP представила анализ гауссовости сигнала SMB, вычтя из карты компоненты до десятого мультиполя и объявив, что остаточный сигнал находится в согласии с гауссовой статистикой. Однако асимметрия мощности SMB, открытая в работе [22], существование CS, а также другие пекулярности, упоминаемые в [30, 31], поднимают вопрос о том, существует ли

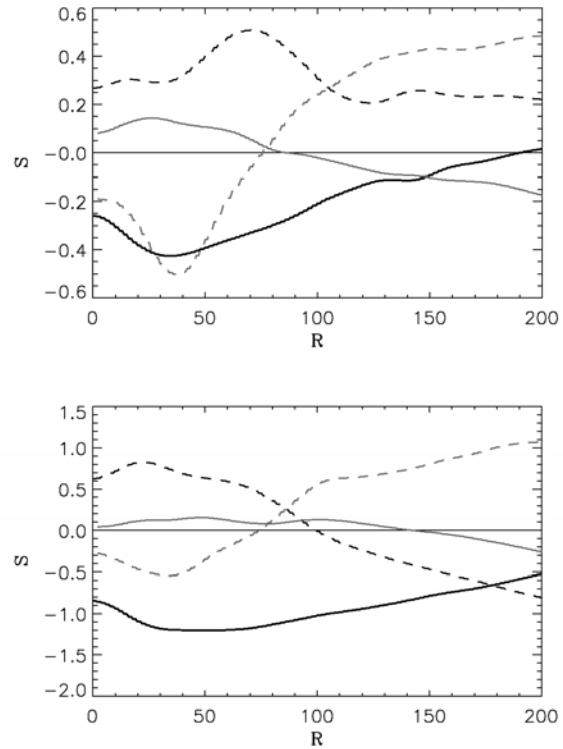
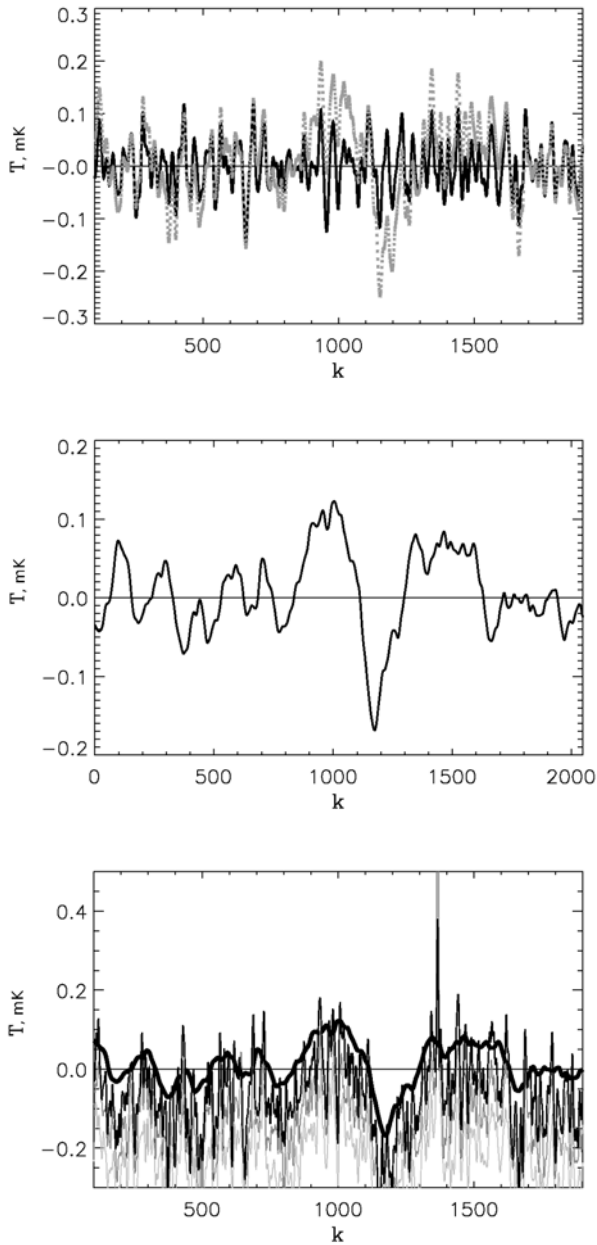


Рис. 9. Вверху: асимметрия и эксцесс для кольца  $b = -57^\circ$  на карте ILC III. Сплошная черная и штриховая черные линии соответствуют асимметрии и эксцессу сглаженной части сигнала ILC III  $\bar{S}(k, R)$ . Серые линии — сигналу  $s_k$ . Внизу: то же, что и вверху, но для зоны кольца  $k_{min} = 825, k_{max} = 1634$ .

Если WMAP SMB вне Галактической маски  $|b| = 25^\circ$  представляет собой сумму гауссовой и негауссовой компонент, кажется естественным, что эти два сигнала могут иметь различные характерные масштабы. Идея, которую мы развиваем ниже, заключается в том, чтобы применить линейный фильтр для сигнала SMB в каждом кольце карты с переменным масштабом фильтрации  $R$ , который разделяет сигнал SMB на две части:  $S(k) = \bar{S}(k, R) + s(k)$ , где  $s(k)$  соответствует гауссовой компоненте, а  $G(k) = \bar{S}(k, R)$  — негауссовой. Заметим, что Круз и др. [4] используют подход, основанный на вейвлетах, для описания такого анализа. Мы вместо него применим фильтр со скользящим окном, определяемым в пиксельном пространстве как

$$\bar{S}(k, R) = \langle T_k \rangle = \frac{1}{R} \sum_{j=0}^{R-1} T_{k+j-\frac{R}{2}},$$



**Рис. 10.** Вверху: кольцо ILC III на широте  $b = -57^\circ$  до демодуляции (серые точки) и после (черная линия). В середине: сигнал ILC III, сглаженный с  $R = 70$  пикселями (соответствующий угловой масштаб  $\Delta\phi = 12.3^\circ$  о.) Внизу: сглаженный сигнал ILC (толстая черная линия) в сравнении с сигналами от Kа (тонкая черная линия), Q (темно-серая линия) и V полосы (светло-серая линия).

$$j = \left[ \frac{R-1}{2}, \dots, N_{pix} - \frac{R+1}{2} \right]$$

$$s_k = T_k - \langle T_k(R) \rangle. \quad (15)$$

Отметим, что выбор линейного фильтра не является слишком важным для критерия разделения гауссова и негауссова хвостов сигнала.

Можно, например, использовать гауссовый фильтр  $\overline{S}(k) \propto \sum_j T_j \exp(-(k-j)^2/R^2)$  или любой другой допустимый фильтр. Важным является выбор критерия масштаба  $R$ . Следуя [9], мы используем асимметрию (skewness) и эксцесс (kurtosis) сигнала  $s_k$  как функции  $R$ , стараясь минимизировать разницу между их реальными величинами и наиболее вероятными величинами для GRF.

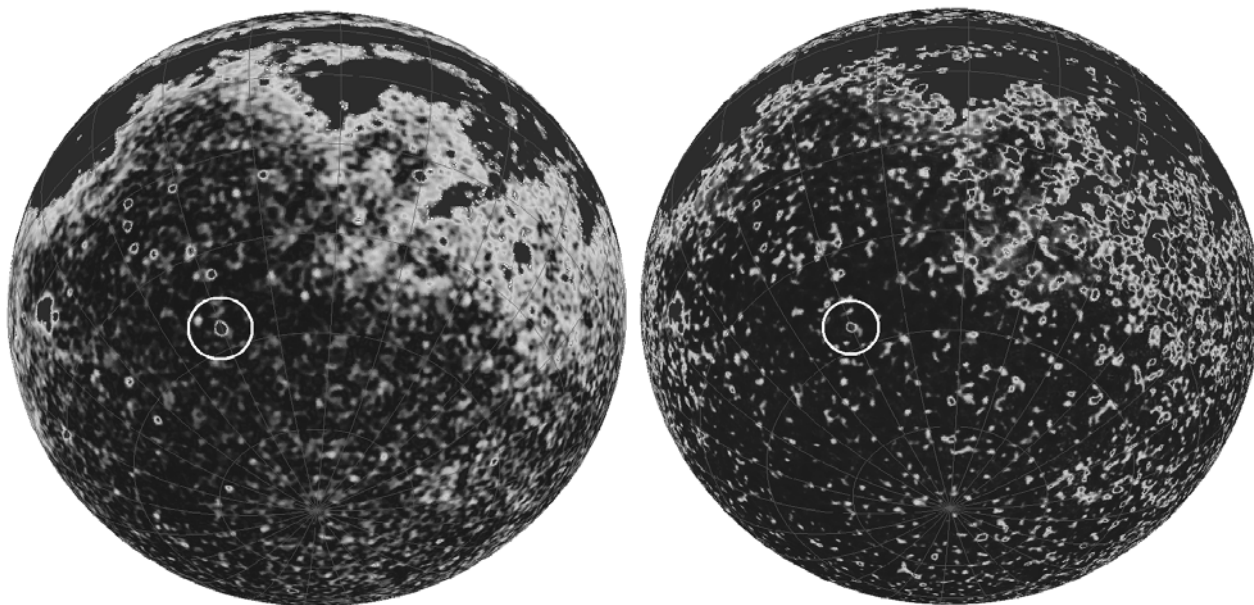
На Рис. 9 мы показываем асимметрию и эксцесс для кольца ILC III на широте  $b = -57^\circ$  для различных масштабов фильтрации  $R$ .

Асимметрия и эксцесс очень чувствительны к выбору зоны кольца. Например, если мы исследуем зону  $k_{\min} = 825, k_{\max} = 1634$ , занятую кластерами  $C^{+9}, C^{-10}, C^{+11}$ , мы получаем асимметрию и эксцесс, показанные на Рис.9 (нижний график). Из этих двух графиков можно увидеть, что величина параметра  $R \simeq 70$  является предпочтительной для такого анализа. Для этого масштаба фильтрации эксцесс сглаженного сигнала достигает максимума, в то время как для гауссова хвоста полного сигнала обе характеристики близки к нулю как для всего кольца, так и для отдельной зоны вокруг CS. На Рис.10 показан сигнал ILC III до (серая пунктирная линия) и после вычитания сглаженных с  $R \simeq 70$  пикселей (черная линия). Можно видеть, что CS исключено.

Тем не менее, из среднего графика Рис. 10 мы можем видеть, что CS, так же, как и все крупные кластеры, возникает при сглаживании сигнала, который сохраняет все негауссовы особенности, упоминаемые в предыдущем разделе, включая CS. Нижний график на Рис.10 показывает более значительно пекулярную особенность зоны CS. Прямо на краю CS можно увидеть яркий точечный источник. Амплитуда этого источника около  $50\sigma_{cmb}$  для полосы K, и она спадает до  $6\sigma_{cmb}$  для V и W полос. На Рис.11 мы показываем этот точечный источник в полосах Ka и W. Для карт ILC III и WCM остаточный сигнал от этого источника ассоциируется с локальным максимумом на уровне  $1\sigma_{cmb}$ .

## 5. ЕСТЬ ЛИ ДРУГИЕ “ХОЛОДНЫЕ” ИЛИ “ГОРЯЧИЕ” ПЯТНА?

Этот вопрос кажется одним из наиболее важных для полного анализа происхождения CS. Имеем ли мы только одну единственную пекулярную зону на карте СМВ или таких зон с негауссовыми свойствами сигнала больше? Чтобы ответить на этот вопрос, мы предлагаем использовать распределение вариации сигнала СМВ в зависимости от широты, показанное на Рис.4. Остановимся на Южном полушарии и, в частности, на точках максимума вариации. Мы можем видеть следующие полярные расстояния точек максимумов:



**Рис. 11.** Сигнал в полосе Ка (слева) и W (справа) в Южном полушарии. Кольцом отмечено положение точечного источника на краю CS.

$\theta = -80^\circ, -70^\circ, -57^\circ, -30^\circ$ . Для колец на таких широтах мы повторили тот же анализ, что и для кольца на  $b = -57^\circ$ . Все сечения показывают существование негауссовых особенностей, которые могут быть отождествлены таким же методом, что был применен для кольца с  $b = -57^\circ$ . На Рис.12 мы демонстрируем сигнал для кольца с  $b = -70^\circ$ . Негауссово горячее пятно ясно видно при  $k \sim 850$  (соответствующие Галактические координаты  $b = -70^\circ, \phi = 149^\circ$ ). Амплитуда пика около  $4.8\sigma_o$ , и он является членом кластера с  $d^+ = 6$  для  $\nu_t = 0$ . Из Рис. 12 можно увидеть оптимальный размер масштаба фильтра  $R \simeq 50$ .

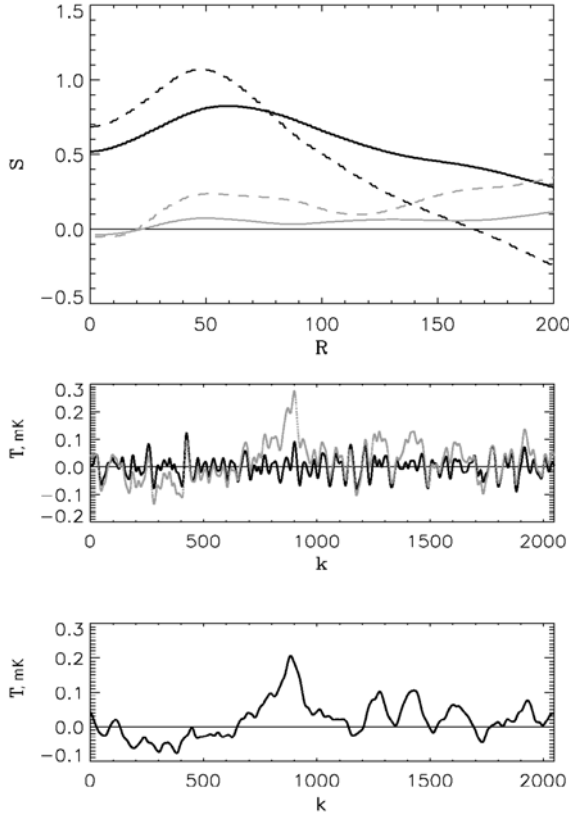
Рисунок 13 демонстрирует такие же характеристики сигнала, как и предыдущий, но для кольца с  $b = -30^\circ$ . Характерный масштаб фильтра около  $R = 70$  пикселей. Можно продолжить поиск других колец в Южном полушарии, просто следуя распределению максимумов вариации из Рис. 4. Но возникает вопрос, можем ли мы найти такие же особенности сигнала в Северном полушарии, где наблюдается дефицит мощности вариаций? В разделе 3 мы уже упоминали, что кольцо с  $b = 57^\circ$  на самом деле обнаруживает сверхкластеризацию. Посмотрим поближе на асимметрию и эксцесс для этого кольца и найдем характерный масштаб негауссовости. Интересно, что для кольца с  $b = 57^\circ$  асимметрия и эксцесс, показанные на Рис. 14, имеют очень близкие к гауссовым характеристики, в то время как для зоны  $k_{\min} = 1520, k_{\max} = 1940$  с кластерами  $C^{-15}, k_{\min} = 1520, k_{\max} = 1731$  и  $C^{+16}, k_{\min} = 1732, k_{\max} = 1940$  мы можем ясно увидеть

два минимума у демодулированного сигнала, один при  $R = 20$  и другой при  $R = 70$ .

Тем не менее, мы подчеркиваем, что для полного кольца на широте  $b = 57^\circ$  даже без фильтрации асимметрия и эксцесс близки к GRF, в отличие от, например, кольца  $b = -57^\circ$ . Более того, увеличение масштаба  $R$  приводит в результате к большим отклонениям от гауссовости, как видно из Рис. 14. Эта тенденция является общей для кольца  $b = 72^\circ$  (точка локального минимума вариаций), также как и для кольца  $b = 78^\circ$  (точка локального максимума вариации на Рис. 4). Таким образом, значительная негауссовость карт ILC III и WCM характерна в основном для Южного полушария и связывается с большими угловыми масштабами: около  $9^\circ - 12^\circ$ .

Чтобы показать, что кластеризация экстремумов сигналов ILC III и WCM — типичная особенность мофологии, мы приводим на Рис.15 карту ILC III в проекции, видимой из Северного и Южного галактических полюсов. В кольце на широте  $b \simeq 80^\circ$  можно легко найти большой кластер максимумов и еще один большой кластер почти на той же широте. Для Южного полюса зона CS связывается с тремя большими кластерами максимумов.

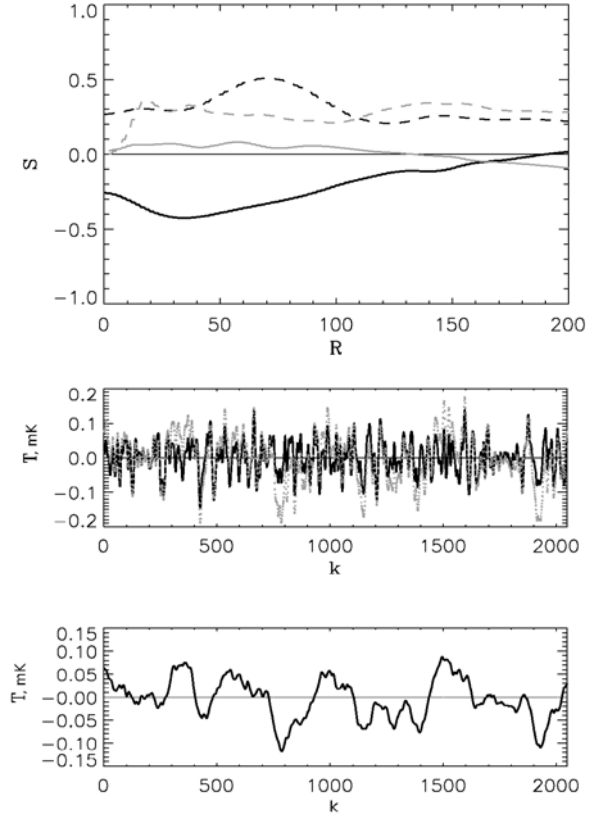
В конце этого раздела мы хотели бы привести еще один аргумент, что сверхпикселизация в картах WCM и ILC III может иметь отношение к peculiar свойствам сигнала WMAP при низком угловом разрешении. В частности, покажем, что меняя свойства первых 10 гармоник сигнала, можно легко убрать негауссовость CS. Чтобы продемонстрировать это, рассмотрим коэффициенты



**Рис. 12.** Вверху: асимметрия и эксцесс для полного кольца с  $b = -70^\circ$ . Обозначение линий такое же, как и на Рис. 9 (вверху). Посередине: кольцо ILC III с  $b = -70^\circ$  до демодуляции (серые точки) и после нее (черная линия). Внизу: сигнал ILC III, сглаженный по  $R = 50$  пикселям (соответствующий угловой масштаб  $\Delta\phi = 8.8^\circ$ .)

$a_{\ell m}$  для карты ILC III для  $\ell \leq 10$  и заменим их случайными коэффициентами  $a_{\ell m}^{rand}$ , полученными с помощью генератора случайных чисел. Остаток  $a_{\ell m}$  для  $11 \leq \ell \leq 100$  соответствует сигналу ILC III. Если негауссовость CS имеет отношение к высоким мультиполям, эта замена не должна изменить значимость статистических свойств сигнала в зоне около CS. Однако если негауссовость CS имеет отношение к корреляциям между низкими мультиполями ( $\ell \leq 10$ ), пекулярность CS должна исчезнуть. На Рис.16 мы приводим карту ILC III для  $\ell \leq 10$ , карту GRF CMB с таким же разрешением и комбинированную карту, в которой первые 10 коэффициентов  $a_{\ell m}$  карты ILC III заменены коэффициентами  $a_{\ell m}^{rand}$ .

Можно видеть, что зона CS все еще видна в комбинированной карте, но амплитуда и морфология CS меняются довольно сильно. Первое, CS больше не является одним из глубочайших минимумов в карте. Амплитуда CS падает от  $-0.22$  мК до  $-0.15$  мК. Второе, морфология зоны около CS

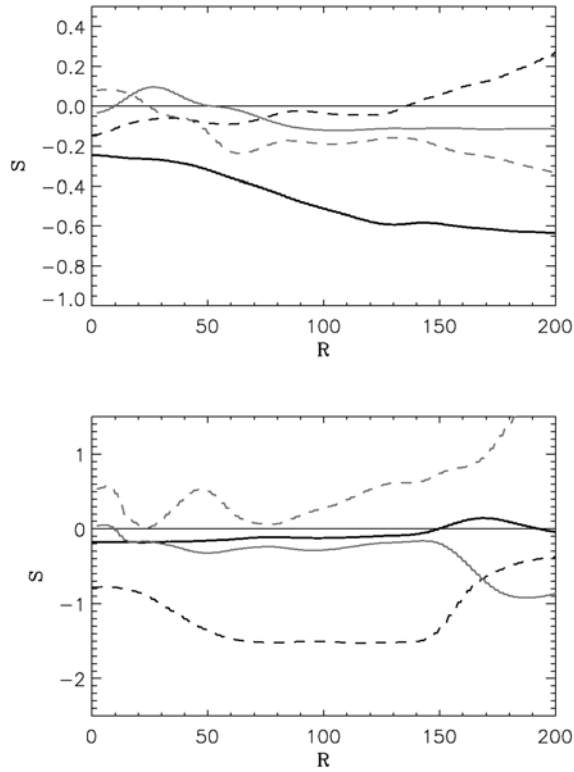


**Рис. 13.** То же, что и на Рис.12, но для кольца с  $b = -30^\circ$ . Масштаб фильтрации  $R = 70$  пикселей.

больше не соответствует кластеру с размерностью 2, окруженному кластерами с размерностью 5. Морфология этой зоны теперь близка морфологии сигнала, приведенного на Рис. 10 (черная сплошная линия на верхнем рисунке). Это результат теперь не кажется удивительным. Как было показано в работе [29], сигнал CMB может быть представлен как набор пиков с различными амплитудами. Для сигнала GRF CMB плотность этих пиков и форма каждого пика в окружении максимумов зависит от спектральных параметров  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , где

$$\begin{aligned}\sigma_0^2 &\sim \frac{1}{4\pi} \sum_m (2\ell + 1) C(\ell), \\ \sigma_1^2 &\sim \frac{1}{4\pi} \sum_m (2\ell + 1) \ell(\ell + 1) C(\ell), \\ \sigma_2^2 &\sim \frac{1}{4\pi} \sum_m (2\ell + 1) \ell^4 C(\ell), \\ R_1 &= \frac{\sigma_1}{\sigma_2}, \quad \gamma = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0 \sigma_2},\end{aligned}\quad (16)$$

а  $C(\ell)$  — спектр мощности GRF CMB. Хорошо известно, что параметр  $R_1$  определяет корреляци-



**Рис. 14.** Асимметрия и эксцесс для кольца с  $b = 57^\circ$ . Верхний график показывает эти характеристики для полного кольца, нижний график — для комбинации кластеров  $C^-15 + C^+16$ . Цвет линий обозначает то же, что и на Рис. 9.

онную длину сигнала СМВ, который пропорционален длине кластера с размерностью ( $\nu_t = 0, \nu = 1$ ). Как видно из (16), для  $C(\ell) \propto 1/\ell(\ell + 1)$  этот параметр в основном зависит от максимального разрешения карты. Тем не менее, кластеризация пиков определяется параметром  $\gamma$  [21]. Этот параметр зависит от дисперсии  $\sigma_0$ , которая для  $C(\ell) \propto 1/\ell(\ell + 1)$  изменяется логарифмически. Таким образом, величина  $\sigma_0$  зависит от диапазона низких мультиполей спектра мощности и, следовательно,  $\gamma$ -параметр напрямую отражает эту тенденцию. Тогда замещение низких мультиполей сигнала ИЛС III мультиполями  $a_{\ell m}^{rand}$  случайного гауссова сигнала нарушает асимметрию спектра мощности комбинированной карты ИЛС.

Более того, в комбинированной карте с высоким разрешением самые глубокие пики связаны с отрицательными пиками, ясно видимыми на карте GRF СМВ с низким разрешением (второй сверху график на Рис. 16). Этот простейший метод подтверждает наш вывод, что пекулярная структура кластера вокруг CS опреляется низкими гармониками сигнала ИЛС III, который обнаруживает значительные пекулярности.

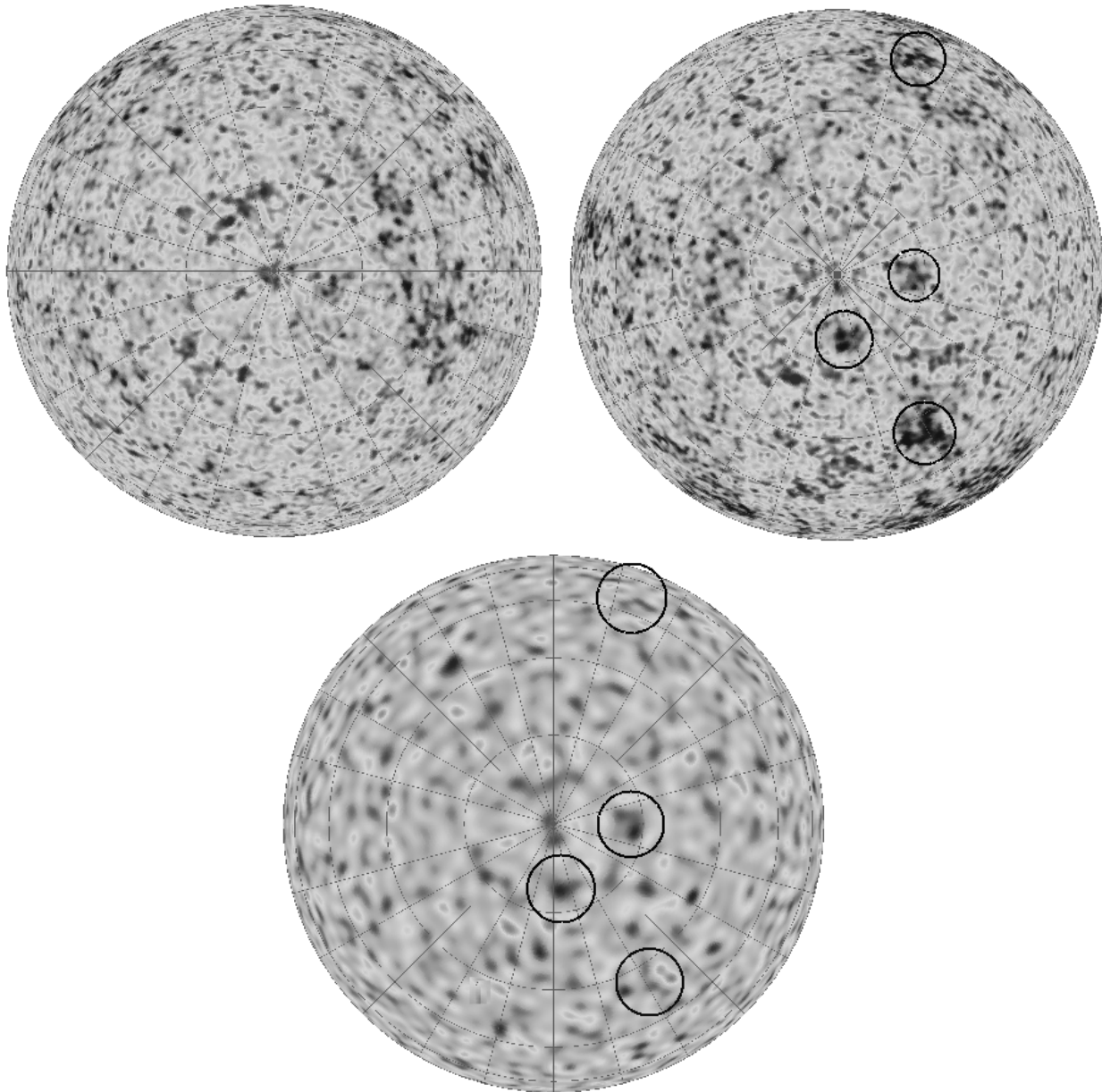
## 6. СРАВНЕНИЕ С ПЕКУЛЯРНЫМИ ЗОНАМИ, НАЙДЕННЫМИ С ПОМОЩЬЮ ВЕЙВЛЕТОВ

Обнаружение пекулярностей в сигнале СМВ со всего неба является, очевидно, одним из важных шагов при исследовании отклонения сигнала от изотропности и однородности. Как упоминалось во Введении, эта проблема обсуждалась в [30], где применялись вейвлеты сферической “мексиканской шляпы” (SMWH), эллиптической SMWH и сферического вейвлета “бабочка” (SBW) при обнаружении и определении положения пятен на небе СМВ, распределение которого было прокоррелировано с каталогом точечных источников обзора NVSS. Ниже мы ссылаемся на эти методы целиком как на вейвлет-методы. МакИвен и др. приводят в каталоге [30] обнаруженные пекулярные зоны с приблизительными (оценочными) координатами этих зон. Мы приводим эти данные в Таблице для сравнения с нашими результатами обнаружения кластеров высокой размерности.

Обсудим свойства сигнала для Зоны 6 из Таблицы. Вейвлет-подход дает нам азимутальные координаты пятна  $\phi_6 = 268^\circ$ . Из верхнего левого графика (Рис. 17) мы можем увидеть, что эта точка соответствует относительно маленькому отрицательному пику. Аналогичная морфология пиков явно наблюдается при  $\phi \sim 210^\circ$  и  $\phi \sim 330^\circ$ . Оба пика очень похожи на зону CS, но имеют меньшую амплитуду. Эти два пика вероятно в целом дают вклад в негауссовость сигнала более значительно, чем пик на  $\phi_6 = 268^\circ$  (см. Таблицу).

Следующая зона, которая не обнаружена кластерным анализом при  $\nu_t = 0$ , это Зона 7, показанная на верхнем правом рисунке Рис. 17. Согласно вейвлет-анализу, азимутальная координата этой зоны  $\phi_7 = 213^\circ$ . Повторим, здесь имеется отрицательный пик, но пик на  $\phi_7 \simeq 240^\circ$  обнаруживает более значительное отклонение от гауссовости, являясь членом кластера с числом минимумов  $N = 4$ .

Для Зоны 8 вейвлет-анализ дает  $\phi_8 = 223^\circ$ . Мы приводим соответствующее кольцо на Рис. 17 (второй сверху левый график). Обнаруженные зоны проявляют себя как точки максимумов, в то время как отрицательные пики, обнаруженные кластер-анализом и приведенные в Таблице, показывают значительное отклонение от гауссовости. Например, кластер минимумов при  $\phi \simeq 140^\circ - 160^\circ$  может быть обнаружен не только при пороге  $\nu_t = 0$ , но даже и при  $\nu_t = -2$  как кластер максимумов и минимумов. Другими словами, все картинки, показанные на Рис. 17, ясно демонстрируют, что применение кластерного анализа с различными порогами  $\nu_t$  дают нам возможность определить не только негауссовы зоны, но также и кластеры этих зон, которые имеют нелокальную структуру. Чтобы



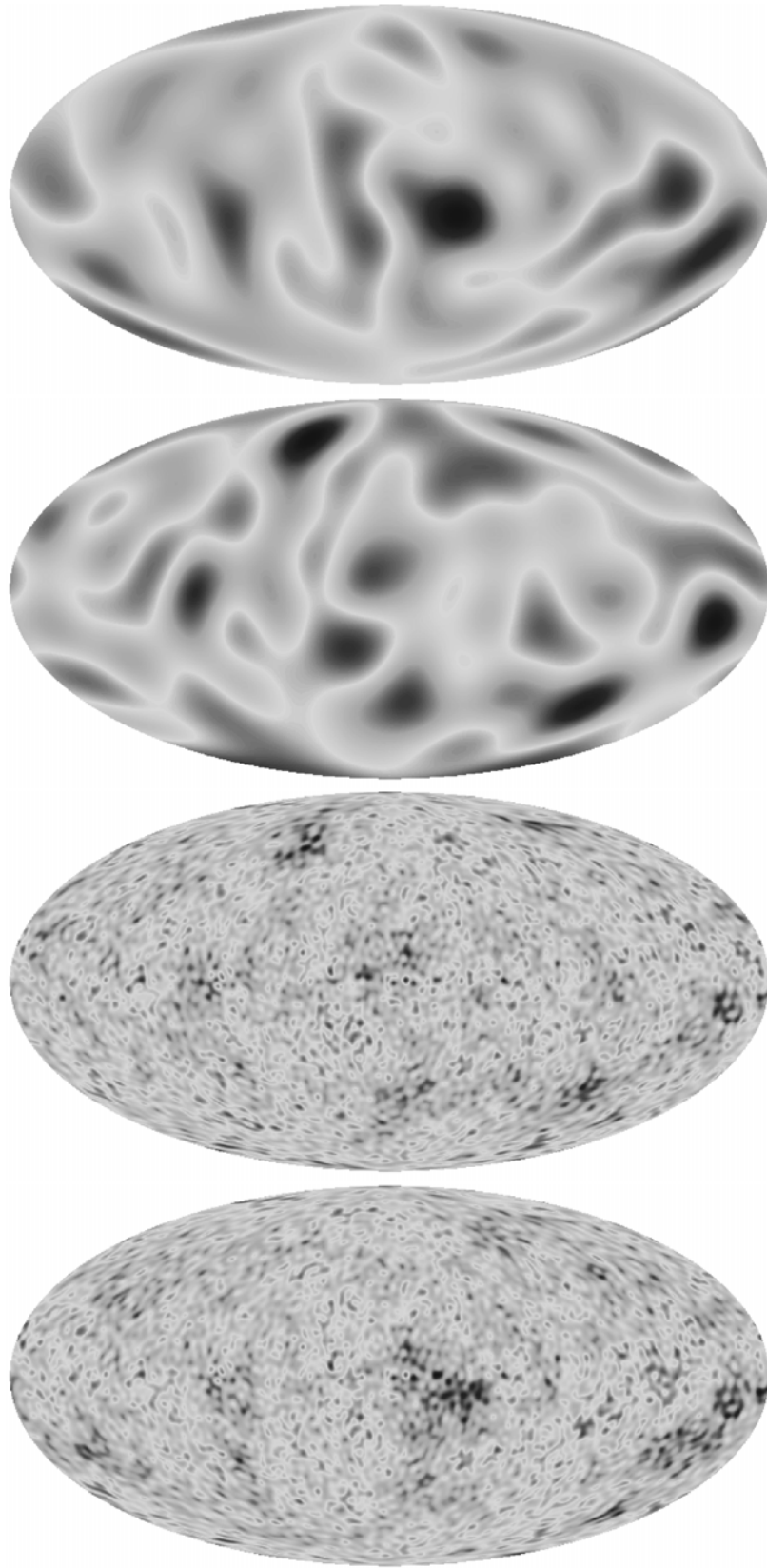
**Рис. 15.** Изображение неба, видимого из Северного и Южного галактических полюсов (верхние левый и правый рисунки). Нижний рисунок демонстрирует Южное полушарие неба СМВ после вычитания первых 20 мультиполей сигнала ILC III. Окружности отмечают положения кластеризованных холодных пятен с минимумами до удаления низких гармоник (верхний правый рисунок) и после (нижний рисунок).

проиллюстрировать эту тенденцию, мы обращаем внимание на нижнюю правую картинку, соответствующую Зоне 18. Согласно Таблице, негауссова зона, которая расположена на  $\phi_{18} = 218^\circ$ , является членом кластера и обнаружена как вейвлетами, так и кластерным анализом. Тем не менее, есть еще одна зона на  $\phi \simeq 80^\circ$  с морфологией, схожей с CS. Более того, если посмотреть на форму сигнала на  $\phi > 130$ , можно увидеть модуляцию сигнала низкочастотными гармониками. Такой тип негауссовости является аргументом в пользу гипотезы о том, что

низкие мультиполи сигнала СМВ являются негауссовыми с высокой степенью.

## 7. ВЫВОДЫ

Мы проверили свойства внутренней линейной комбинации карты СМВ WMAP и карты WCM, проанализировав свойства сигнала в окрестности Холодного Пятна. Эти две карты СМВ показывают в высшей степени схожие структуры на широтных кольцах при  $|b| > 30^\circ$ . Мы перепроверили свойства самого CS на галактической широте  $b = -57^\circ$  и



**Рис. 16.** Вверху: карта ILC III для  $\ell \leq 10$ . Вторая сверху: карта GRF CMB с таким же разрешением, что и первая. Второй снизу рисунок показывает комбинированный сигнал ILC с первыми 10 мультиполями, взятыми из случайного сигнала, а остаток мультиполей  $11 \leq \ell \leq 100$  из карты ILC III. Нижняя карта: ILC III с разрешением  $2 \leq \ell \leq 100$ .



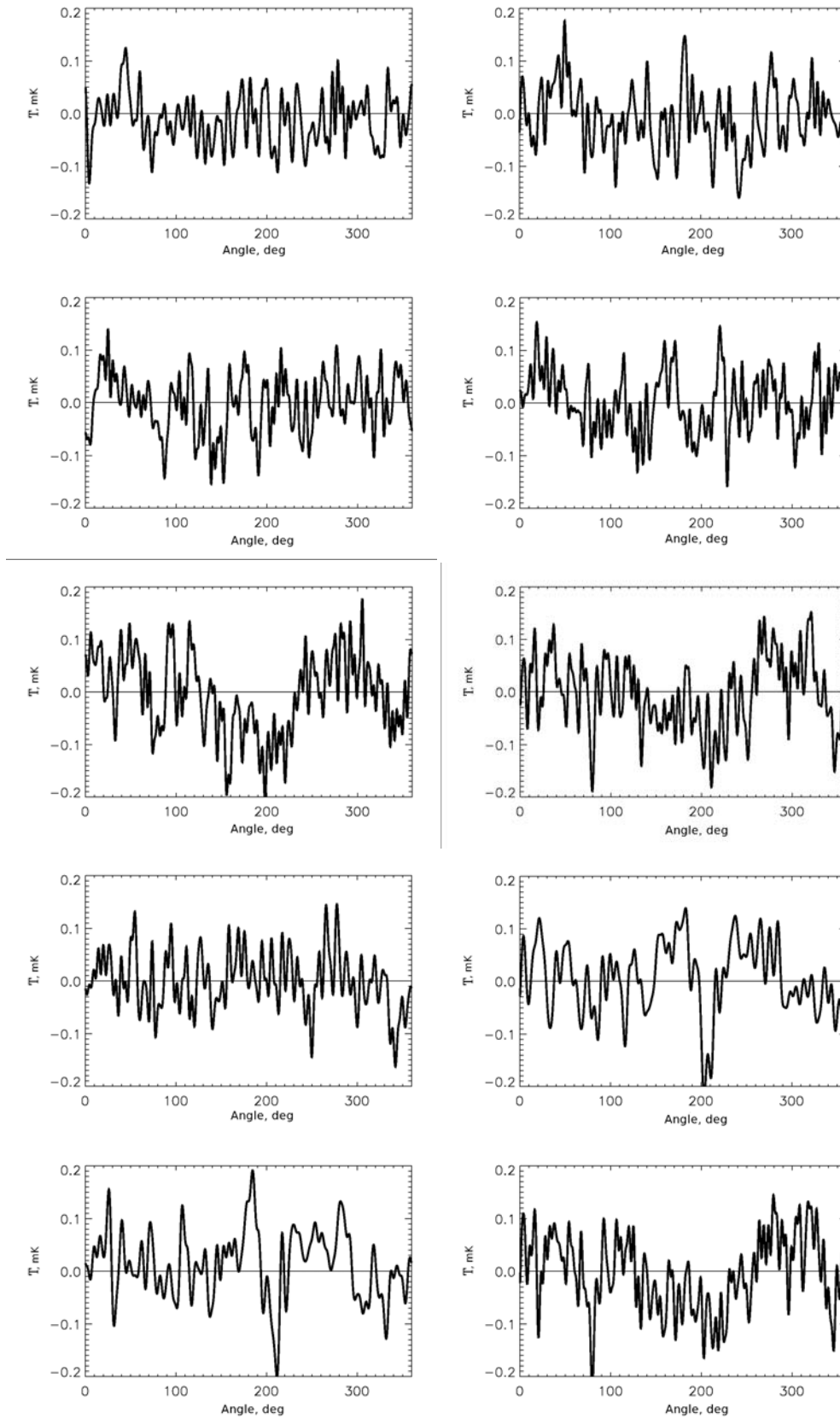


Рис. 17. Сигнал СВМ для широтных колец, отмеченных в Таблице знаком “—”. Слева направо и сверху вниз показаны зоны 6–12, 16–18.

долготе  $l = 209^\circ$  и показали, что оно отождествляется с кластером длины  $D \sim 3\langle D(n) \rangle$ . В добавление к CS мы также нашли еще зоны в сигнале СМВ с почти такой же морфологией на широтах  $b = 57^\circ$ ,  $b = -80^\circ$ ,  $b = -30^\circ$ .

Анализируя карту ILC III, мы показали, что форма CS исходно образована сигналом

СМВ, локализованным в диапазоне мультиполей  $10 \leq \ell \leq 20$  (соответствующих угловым масштабам около  $5^\circ - 10^\circ$ ), что согласуется с результатами [4, 9]. В то же время продемонстрировано, что кластеризация пиков в области вокруг CS зависит от остатка низких мультиполей в карте ILC III:  $2 \leq \ell \leq 10$ .

**Таблица.** Пекулярные зоны на карте сигнала СМВ, обнаруженные с помощью вейвлетов (первый и второй столбцы) из работы МакИвена и др. [30], приведены долгота  $\phi$  и широта  $\theta$  каждой зоны. В третьем столбце записаны долготы кластеров, в которых находится пекулярная точка, обнаруженная вейвлетами. В четвертом столбце показано число экстремумов в кластере ( $S$ ) и длина кластера ( $D$ ). Знак “—” означает, что пекулярная зона вейвлета не обнаружена с помощью СА при  $\nu_t = 0$ . Звездочки перенаправляют читателя к Рис. 17.

Зона	Положение, W	Положение, СА	$S, D$
	$\phi, \theta$ (deg)	$\phi_{min}, \phi_{max}$	
1	75, 57	56, 86	3, 0.083
		157, 183	3, 0.072
		267, 304	4, 0.102
		304, 341	4, 0.102
2	75, 53	69, 93	2, 0.067
		40, 66	4, 0.072
		160, 183	3, 0.064
		273, 310	4, 0.103
3	323, 56	304, 339	4, 0.098
		278, 304	3, 0.072
4	321, 62	306, 333	2, 0.075
		333, 357	3, 0.067
		272, 307	4, 0.097
5	267, 50	251, 274	3, 0.064
		58, 82	3, 0.067
		313, 344	4, 0.086
6	268, 45	—	—
		129, 156	3, 0.075
7	213, 40	—	—
		30, 58	4, 0.078
		233, 258	4, 0.069
8	223, 30	—	—
		9, 37	4, 0.078
		136, 157	4, 0.056
9	160, 26	—	—

Таблица. (продолжение)

Зона	Положение, W	Положение, SA	$S, D$
	$\phi, \theta$ (deg)	$\phi_{min}, \phi_{max}$	
		174, 213	6, 0.108
		4, 32	4, 0.078
10	94, -28	—	—
		35, 62	3, 0.075
		142, 235	15, 0.258
		333, 352	4, 0.056
11	81, -34	—	—
		141, 181	7, 0.11
		187, 230	6, 0.12
		261, 294	7, 0.092
12	118, -42	-	-
		8, 30	4, 0.061
		333, 360+8	5, 0.097
13	20, -48	7, 30	4, 0.058
		70, 105	4, 0.097
		243, 278	4, 0.097
14	34, -31	32, 55	5, 0.064
		288, 330	6, 0.117
15	230, -68	220, 253	2, 0.092
		19, 52	2, 0.092
		63, 117	5, 0.15
16	204, -56	198, 216	2, 0.05*
		148, 188	4, 0.11
		223, 270	5, 0.13
17	186, -54	193, 216	2, 0.063*
		150, 193	4, 0.12
		224, 294	6, 0.194
18	218, -33	187, 230	3, 0.12
		258, 294	6, 0.10*

Учитывая, что такие же моды приводят к модуляции всего неба СМВ, мы вычли эти моды из сигнала СМВ. Демодулированный сигнал СМВ выглядит как случайный без сверхкластеризации в согласии с [2].

Мы исследовали асимметрию вариаций на широтных кольцах, параллельных Галактической плоскости. Южное полушарие имеет бóльшую дисперсию сигнала, чем Северное. Поэтому ло-

кальные дефекты и крупные кластеры, включая CS и его ассоциированный кластер, в основном сконцентрированы в Южном полушарии.

Обобщив все подобные исследования, мы видим, что загадка CS в данных WMAP прямо отражает peculiarity низко-мультипольной части сигнала СМВ, а отнюдь не (изолированный) дефект или проявление глобально анизотропной модели. Эта интерпретация не устраняет возможности экзотического происхождения CS и связанных с ним феноменов, но она более точно устанавливает, к каким свойствам такие объяснения должны приводить. Удовлетворительная модель CS должна объяснить полный диапазон его свойств, а не только один какой-либо аспект.

Наша заключительная ремарка имеет отношение к значимости определения CS различными методами, основанными на предположении, что гауссова статистика применима ко всему наблюдаемому сигналу СМВ. Из работы Ериксена и др. [22], в которой показано, что распределение мощности СМВ по небу очень анизотропно на масштабах около  $10^\circ$ , стало ясно, что гауссова статистика более не является веской ссылкой при определении значимости этой особенности. Наш подход, основанный на анализе крупномасштабной угловой модуляции СМВ, является возможной альтернативой этой методике.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Мы выражаем признательность NASA за возможность использования Legacy Archive for Microwave Background Data Analysis (LAMBDA<sup>2</sup>). Мы также благодарны авторам пакета HEALPIX [32], использованного для вычисления коэффициентов  $a_{\ell m}$ . В данной работе для анализа карт на сфере используется пакет GLESP [20, 33]. О.В.В. благодарит РФФИ за частичную поддержку грантом № 09-07-00159, Фонд Содействия Отечественной Науке (программа “Молодые доктора РАН”) и Фонд “Династия”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. Vielva, E. Martinez-Gonzalez, R. B. Barreiro, et al., *Astrophys. J.* **609**, 22 (2004), astro-ph/0310273.
2. M. Cruz, E. Martinez-Gonzales, P. Vielva, and L. Cayon, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **356**, 29 (2005), astro-ph/0405341.
3. L. Cayon, J. Jin, and A. Treaster, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **362**, 826 (2005), astro-ph/0507246.
4. M. Cruz M., L. Cayon, E. Martinez-Gonzales, et al., *Astrophys. J.* **655**, 11 (2007), astro-ph/0603859.

5. M. Cruz, E. Martinez-Gonzalez, P. Vielva, et al., *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* submitted, (2008), arXiv/0804.2904.
6. G. Hinshaw, D. N. Spergel, L. Verde, et al., *Astrophys. J. Suppl.* **170**, 288 (2007), astro-ph/0603451.
7. G. Hinshaw, J. L. Weiland, R. S. Hill, et al., *Astrophys. J. Suppl.* **180**, 225 (2009), arXiv:0803.0732.
8. D. N. Spergel et al., *Astrophys. J. Suppl.* **170**, 377 (2007), astro-ph/0603449.
9. M. Cruz, M. Tucci, E. Martinez-Gonzalez, and P. Vielva, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **369**, 57 (2006), astro-ph/0601427.
10. K. Tomita, *Phys. Rev. D* **72**, 103506 (2005), astro-ph/0509518.
11. K. T. Inoue and J. Silk, *Astrophys. J.* **664**, 650 (2007), astro-ph/0612347.
12. J. J. Condon, W. D. Cotton, E. W. Greisen, et al., *Astronom. J.* **115**, 1693 (1998).
13. L. Rudnick, S. Brown, and L. R. Williams, *Astrophys. J.* **671**, 40 (2007), arXiv:0704.0908.
14. T. Jaffe, *Astrophys. J.* **629**, L1 (2005), astro-ph/0503213.
15. T. Jaffe, S. Hervik, A. J. Banday, and K. M. Górski, *Astrophys. J.* **644**, 701 (2006), astro-ph/0512433.
16. L. Cayon et al., *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **369**, 598 (2006), astro-ph/0602023.
17. J. D. McEwen, M. P. Hobson, A. N. Lasenby, and D. J. Mortlock, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **359**, 1583 (2005), astro-ph/0406604.
18. J. D. McEwen, M. P. Hobson, A. N. Lasenby, and D. J. Mortlock, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **371**, L50 (2006), astro-ph/0604305.
19. M. Cruz et al., *Science* **318**, 1612 (2007), arXiv:0710.5737.
20. A. G. Doroshkevich, P. D. Naselsky, O. V. Verkhodanov, et al., *Int. J. Mod. Phys. D* **14**, 275 (2003), astro-ph/0305537.
21. D. I. Novikov and H. Jorgensen, *Astrophys. J.* **471**, 521 (1996).
22. H. K. Eriksen et al., *Astrophys. J.* **605**, 14 (2004), astro-ph/0307507.
23. D. L. Larson and B. D. Wandelt, *Astrophys. J.* **613**, L85 (2004), astro-ph/0404037.
24. C. G. T. Haslam, C. J. Salter, H. Stoffel, and W. E. Wilson, *Astronom. and Astrophys.* **47**, 1 (1982).
25. J. M. Bardeen, J. R. Bond, N. Kaiser, and A. S. Szalay, *Astrophys. J.* **304**, 15 (1986).
26. L.-Y. Chiang and P. D. Naselsky, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **380**, L71 (2007), arXiv:0705.1626.
27. C.-G. Park, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **349**, 313 (2004).
28. E. Komatsu, J. Dunkley, M. R. Nolta, et al., *Astrophys. J. Suppl.* submitted, (2008), arXiv:0803.0547.
29. J. R. Bond and G. Efstathiou, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **226**, 655 (1987).

<sup>2</sup><http://lambda.gsfc.nasa.gov>

30. J. D. McEwen et al., Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **373**, 1211 (2007), astro-ph/0602398.
31. J. D. McEwen, Y. Wiaux, M. P. Hobson, et al. Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. **384**, 1289 (2008), arXiv:0704.0626.
32. K. Górski et al., Astrophys. J. **622**, 759 (2005).
33. O. V. Verkhodanov, A. G. Doroshkevich, P. D. Naselsky et al., Bull. Spec. Astrophys. Obs. **58**, 40 (2005).

## UNDERSTANDING THE WMAP COLD SPOT MYSTERY

**P. D. Naselsky, P. R. Christensen, P. Coles, O. V. Verkhodanov, D. I. Novikov, Ja. Kim**

The Cold Spot (CS) at galactic coordinates ( $b = -57^\circ$ ,  $l = 209^\circ$ ) was discovered in the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) data as a cosmic background anomaly. In order to assess the cosmological significance of the Spot, we examine its properties using the cluster analysis of the local extrema in the cosmic microwave background (CMB) signal. We also check the hypothesis that the CMB signal has a non-Gaussian tail, localized in the low-multipole components. We constructed a linear filter, dividing the signal into two parts: non-Gaussian and Gaussian. Using the filter scale as a variable, we can maximize the skewness and kurtosis of the smoothed signal and minimize these statistics. We discovered that the shape of the CS is formed primarily by the components of the CMB signal represented by the multipoles between  $10 \leq \ell \leq 20$ , with a corresponding angular scale of about  $5 - 10^\circ$ . This signal leads to the modulation of the CMB on the whole sky, clearly seen at  $|b| > 30^\circ$  in both the ILC and WCM maps, rather than in a single localized feature. After subtraction of this modulation, the remaining part of the CMB signal appears to be consistent with statistical homogeneity and Gaussianity. We therefore infer that the mystery of the WMAP Cold Spot reflects directly the peculiarities of low multipoles of the CMB signal, rather than a single local (isolated) defect or the manifestations of a globally anisotropic cosmology.

Key words: *theoretical and observational cosmology*