

УДК 521.1

ОЦЕНКА ВОЗМУЩЕНИЙ ОТ СОЛНЕЧНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЭЛЕМЕНТАХ ОРБИТ ГЕОСИНХРОННЫХ СПУТНИКОВ НА ОСНОВЕ ГАРМОНИК

© 2010 В. И. Кудак*, В. У. Климик, В. П. Епишев

Ужгородский национальный университет, ул. Далекая, 2а, 88000, Ужгород, Украина

Поступила в редакцию 10 декабря 2009 г.; принята в печать 12 февраля 2010 г.

С помощью специальных программ поиска периодических и линейных составляющих показано, что прямое солнечное излучение приводит к краткопериодическим изменениям всех элементов орбит геосинхронных спутников. Период изменения большой полуоси a , наклона орбиты i и долготы восходящего узла Ω составляет 1 сутки. Эксцентриситет e , аргумент перигея ω и средняя аномалия M изменяются с периодом 0.5 суток. Прямое солнечное излучение приводит также к долгопериодическим изменениям в e , ω , M с периодом 1 год. В элементах a , i , Ω происходит только изменение амплитуды суточных колебаний с периодом 1 или 0.5 года. Вековые изменения (линейные составляющие) не обнаружены. Для получения исходного массива значений элементов орбит использовались уравнения возмущённого движения Лагранжа в форме Гаусса с последующим их интегрированием специальным методом гармоник: значения производных элементов орбит, полученные из уравнений Лагранжа, представлялись через периодические функции, которые легко интегрируются.

Ключевые слова: *небесная механика*

1. ВВЕДЕНИЕ

Идеальный геостационарный спутник вращается в плоскости экватора по круговой орбите вокруг Земли на расстоянии 42164 км от её центра и зависит неподвижно над поверхностью Земли. Реальные орбиты геостационарных спутников отличаются от идеальных. Эксцентриситет e и наклон их орбит i близки к нулю, а географическая долгота подспутниковой точки не должна отклоняться от точки стояния больше 0.1 градуса. Для этого у активных геостационарных спутников имеются специальные двигатели, которые периодически включают и возвращают геостационарный спутник в исходное положение. Через 10 – 15 лет он исчерпывает свой ресурс и движется как неуправляемый геосинхронный объект (НГО). Под действием неоднородностей гравитационного поля Земли он смещается по долготе, совершает колебательные движения по долготе в системе Земля с периодом от 3 до 5 лет через одну из точек либрации, находящихся на географических долготах 75°E и 105°W. Это либрационные НГО или спутники типа L. Под действием начального импульса НГО может вращаться вокруг Земли по эллиптической орбите с определенным дрейфом $\dot{\lambda}$ — изменением географической долготы подспутниковой точки за единицу

времени. Такие НГО называют дрейфующими или типа D.

Элементы орбиты НГО не сильно отличаются от элементов орбит геостационарного спутника.

Действие притяжения Солнца и Луны приводят к периодическим изменениям наклона i орбиты НГО к плоскости экватора с периодом около 53 лет. Наклон изменяется в пределах 0°–15°. Изменяются также другие элементы орбиты: большая полуось a , эксцентриситет e , аргумент перигея ω , долгота восходящего узла Ω , а также среднее движение n , что влияет на величину средней аномалии M .

При вычислении положения НГО с учетом неоднородностей гравитационного поля Земли, притяжения Солнца и Луны обнаруживается ошибка, обусловленная другими возмущающими силами. Основным возмущающим фактором негравитационного типа является давление солнечной радиации. Оно приводит к ускорению НГО, на два и более порядка превышающего ускорение от действия остальных сил — давления радиации от Земли, гравитационного поля Венеры, приливных деформаций Земли и др. [1].

Система уравнений Лагранжа [2, 3] позволяет вычислять производные 6 элементов орбиты спутника \dot{a} , \dot{e} , $\dot{\omega}$, \dot{i} , $\dot{\Omega}$ и \dot{M} под действием любой

*E-mail: space@uzhgorod.univ.ua

возмущающей силы, зная вектор ускорения НГО и элементы орбиты.

Решение дифференциальных уравнений Лагранжа в [2] предлагается проводить численным интегрированием. Оно сводится к вычислению с достаточно малым шагом на определенном интервале времени значений производных элементов орбит \dot{a} , \dot{e} , $\dot{\omega}$, \dot{i} , $\dot{\Omega}$ и \dot{M} возмущенного движения спутника. В выражения этих производных, т.е. в уравнения Лагранжа, на каждом шаге подставляются вычисленные элементы орбиты и возмущающее ускорение. В [3] это проводилось для случая давления солнечной радиации на НГО. Метод численного интегрирования для НГО под действием солнечной радиации даёт хорошие результаты на интервале времени несколько суток. На интервале больше года ошибка может быть очень большой из-за сравнительно большой частоты и амплитуды короткопериодических изменений элементов орбит.

Можно пойти другим путём. Последовательности значений \dot{a} , \dot{e} , $\dot{\omega}$, \dot{i} , $\dot{\Omega}$ и \dot{M} , полученные после подстановки на каждом шаге элементов орбит и ускорения в уравнения Лагранжа, представляются через кратко- и долгопериодические гармоники изменения этих величин, найденные методом наименьших квадратов. Полученные функции достаточно просты и интегрируются обычным способом. Оба метода дают почти одинаковые результаты всегда на небольших промежутках времени, а на больших — в случае малой амплитуды короткопериодических изменений элемента орбиты.

Теоретические вопросы эволюции орбит НГО под действием светового давления рассматривались в [1], гармоники изменения производных элементов орбит НГО — в [3].

2. ВОЗМУЩЕНИЯ В БОЛЬШОЙ ПОЛУОСИ НГО ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

Для исследования используем выборку из каталога [4] 12 НГО с разными отношениями эффективной площади к массе спутника S/m , дрейфами $\dot{\lambda}$ и наклонами i . Короткопериодические изменения производной большой полуоси, вычисленные по уравнениям Лагранжа, можно представить гармоническими колебаниями:

$$\dot{a}(t) = A_k \times \sin\left(\frac{2\pi t}{T_k} + \varphi_k\right) + \dot{a}_{k0}, \quad (1)$$

где $\dot{a}(t)$ — производная от большой полуоси $a(t)$, t — время в сутках (d), φ_k — начальная фаза, A_k — амплитуда, период T_k равен примерно одним суткам ($T_k = 0.988^d \pm 0.038^d$),

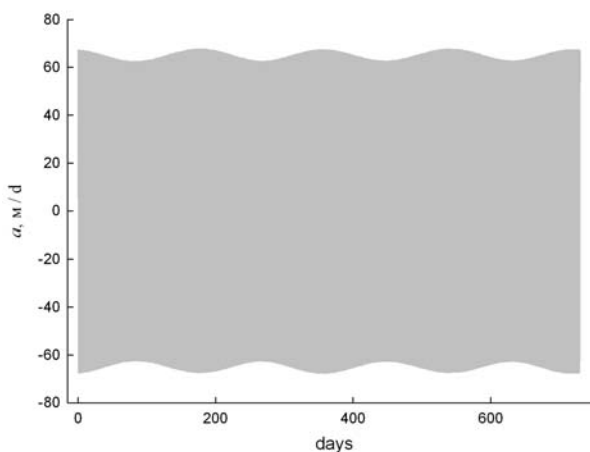


Рис. 1. Изменение производной большой полуоси спутника НГО 89004F на интервале 2 года.

($\dot{a}_{k0} = 0.04\text{ м/д} \pm 0.22\text{ м/д}$) [3]. Индекс k означает, что гармоника короткопериодическая. Параметры гармоники T_k , A_k , φ_k , \dot{a}_{k0} для каждого НГО на определенном интервале времени вычисляются по принципу наименьших квадратов. Среднеквадратическое отклонение σ_k точек от гармоники для любого спутника не превышает 5% от A_k . Амплитуда A_k находится в пределах 50–250 м/д. Например, для спутника 89004F $A_k \approx 65$ м/д. Суточные колебания на графике изменения \dot{a} этого спутника на интервале 2 года (рис. 1) сливаются в сплошную область. Видно только периодическое изменение амплитуды суточных колебаний \dot{a} .

Для точного определения фазы на некоторый момент времени t по формуле гармонических колебаний величина $t - t_0$ не должна быть слишком большой. Поэтому за единицу времени принимаем не MJD, а количество суток d , прошедшее от начала отсчета t_0 , близкое началу временного интервала. За начало отсчета принимаем начало даты 21.03.1994.

На больших промежутках времени амплитуда A_k незначительно изменяется с периодом $T_d \approx 0.5$ года (рис. 1). Это изменение можно выразить гармоникой долгопериодических изменений этой амплитуды A_k

$$A_k = A_d \times \sin\left(\frac{2\pi t}{T_d} + \varphi_d\right) + A_{k0}, \quad (2)$$

где период T_d , амплитуда A_d , начальная фаза φ_d изменения амплитуды суточных колебаний и средняя амплитуда суточных колебаний A_{k0} определяется для каждого НГО по принципу наименьших квадратов. Индекс d обозначает параметры долгопериодической гармоники.

Амплитуды гармоник (2) для разных спутников находятся в пределах: $A_d = 0.9-8$ м/д. Они коррелируют с A_{k0} : $A_d = 0.020 \times A_{k0} + 0.345$ (м/д), коэффициент корреляции $\rho = 0.74$.

Из соотношений (1) и (2) следует, что изменение \dot{a} можно представить как функцию:

$$\dot{a}(t) = \left[A_d \sin \left(\frac{2\pi t}{T_d} + \varphi_d \right) + A_{k0} \right] \sin(2\pi t + \varphi_k). \quad (3)$$

Первый множитель в (3) представляет собой гармонику изменения амплитуды суточных колебаний на больших промежутках времени. Это фактически изменяющаяся амплитуда суточных колебаний. Период суточных колебаний $T_k = 1$ сутки, а ордината оси $\dot{a}_{k0} = 0$ (рис. 1). Это упростило второй множитель в (3), который описывает суточные колебания.

После элементарных тригонометрических преобразований и интегрирования уравнения (3) получим выражение, описывающее изменения большой полуоси НГО a под действием солнечной радиации со временем:

$$a(t) = A_d I_1 + A_{k0} I_2 - a(t_0), \quad (4)$$

где

$$I_1 = \frac{\sin \{ D_1 \times 2\pi t + (\varphi_d - \varphi_k) \} - \sin(\varphi_d - \varphi_k)}{D_1 \times 4\pi} - \frac{\sin \{ D_2 \times 2\pi t + (\varphi_d + \varphi_k) \} - \sin(\varphi_d + \varphi_k)}{D_2 \times 4\pi},$$

$$I_2 = \frac{\cos \varphi_k - \cos(2\pi t + \varphi_k)}{2\pi},$$

$$D_1 = \frac{1}{T_d} - 1, \quad D_2 = \frac{1}{T_d} + 1.$$

Функция $a(t)$ содержит определяемые для каждого НГО 4 параметра гармоник (1) и (2) изменения производной \dot{a} : фазы φ_d, φ_k и амплитуды A_d, A_{k0} . В формулах использован параметр $a(t_0)$ — значение большой полуоси в начальный момент при $d = 0$. Поэтому $a(t)$ означает изменение полуоси a от начала отсчета t_0 .

Зависимость (4) для НГО 89004F представлена графически на рис. 2 (сплошная кривая) на интервале 4 суток и на рис. 3 на интервале 2 года. Ось ординат для a на рис. 2 на правой стороне рисунка. Пунктирная кривая на рис. 2 — это график функции (3). Точки вдоль сплошной

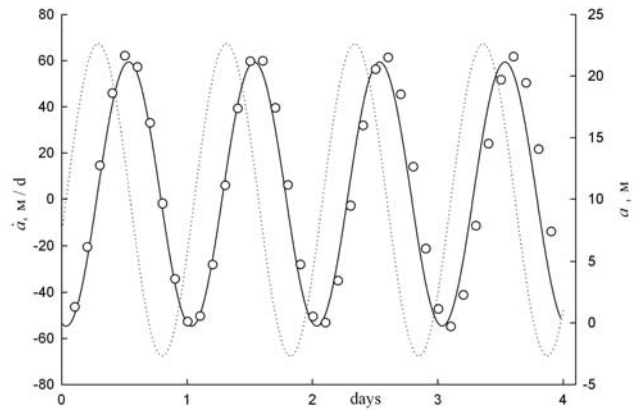


Рис. 2. Изменение a (сплошная линия) и \dot{a} (пунктирная) для НГО 89004F на интервале 4 суток.

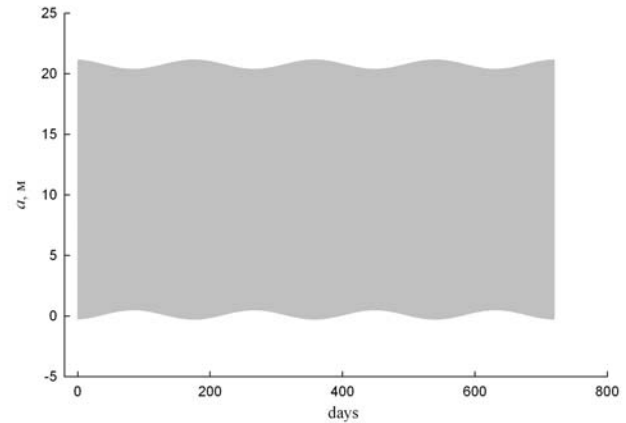


Рис. 3. Изменение большой полуоси a НГО 89004F на интервале 2 года.

кривой на рис. 2 — значения $a(t)$, полученные численным интегрированием уравнения Лагранжа. Среднее квадратичное отклонение этих значений от кривой 1 для данного НГО на интервале 4 суток $\sigma = 2.003$ м. Со временем ошибка возрастает из-за увеличения числа колебаний значений \dot{a} . На больших интервалах времени правильный результат получается только интегрированием функции (3).

Из рис. 2 видно, что давление солнечной радиации на НГО 89004F приводит к периодическим колебаниям длины полуоси a с амплитудой порядка 10 м. Их период такой же, как и период изменения \dot{a} (рис. 2, пунктирная кривая) — 1 сутки. Но соответствующие гармоники отличаются фазами. На больших промежутках времени амплитуда суточных колебаний полуоси a (так же, как и \dot{a}) слабо изменяется с периодом 0.5 года. График изменения a на протяжении 2 лет (рис. 3) и график изменения \dot{a} (рис. 1) имеют одинаковый вид. Но центром колебания длины полуоси a является значение a_0 ,

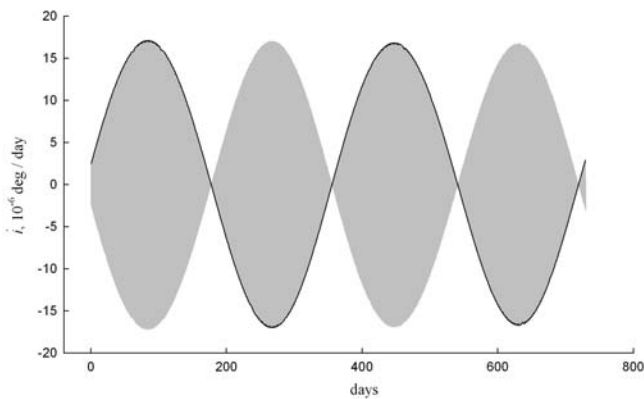


Рис. 4. Изменение производной \dot{i} НГО 89004F в интервале 2 года (серая область) и годовая гармоника изменения амплитуды суточных колебаний этой производной.

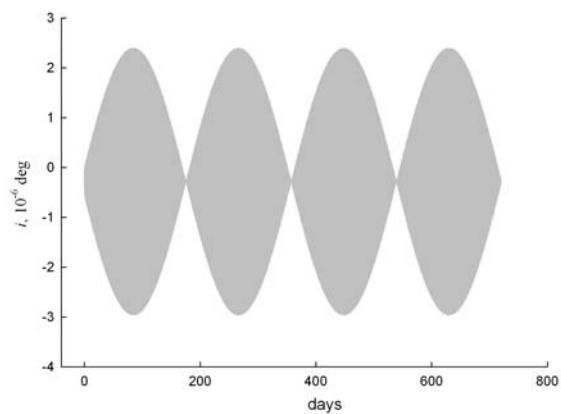


Рис. 5. Изменение наклона орбиты i НГО 89004F на протяжении 2 лет.

которое может быть отличным от нуля. Оно определяется начальным значением производной \dot{a} .

Величина $\Delta a = 2 \times A_k$, очевидно, является максимальным изменением a для данного НГО, обусловленным солнечной радиацией. Она корреляционно зависит от отношения эффективной площади к массе НГО S/m : $\Delta a = 3330.59 \times S/m + 0.69$, коэффициент регрессии $\rho = 0.9980$. Для разных спутников Δa находится в пределах от 5 до 75 метров в зависимости от величины параметра S/m : $0.002 \leq S/m \leq 0.022 \text{ м}^2/\text{кг}$, что хорошо согласуется с результатами, полученными другим методом [5]. Со временем Δa изменяется мало: изменение составляет 2–5 % величины. Амплитуда суточной гармоника достигает максимума в дни, близкие весеннему или осеннему равноденствию (рис. 3).

3. НАКЛОН ОРБИТЫ

Применение специальных программ поиска гармонических изменений (синусоидальных составляющих) к массиву значений производных наклона орбит геосинхронных спутников, полученных с помощью уравнений Лагранжа [2], позволяет сделать следующие выводы. Изменение производной наклона орбиты НГО \dot{i} под действием солнечной радиации имеет суточную гармонику ($T_k \approx 1^{\text{д}}$), амплитуда которой изменяется с периодом 0.5 года [3]. Изменение амплитуды можно выразить гармоникой с периодом $T_d = 1$ год. На рис. 4 (как и на рис. 5) суточные колебания сливаются в сплошные области.

Изменение \dot{i} со временем (в сутках) представляется функцией:

$$\dot{i}(t) = A_d \times \left| \sin \left(\frac{2\pi \times t}{T_d} + \varphi_d \right) \right| \times \sin(2\pi t + \varphi_k), \quad (5)$$

которая представляет собой суточную гармонику (последний сомножитель) с изменяющейся амплитудой (первые два сомножителя), которая только по величине совпадает с ординатами точек долгопериодической гармоника (поэтому используется абсолютная величина). В (5) φ_k — начальная фаза (начало отсчёта 21.03.1994) суточной гармоника изменения производной \dot{i} , а A_d , T_d , φ_d — соответственно амплитуда, период и начальная фаза долгопериодической гармоника, определяющей изменение амплитуды A_k суточных колебаний производной \dot{i} , период $T_d \approx 365.25^{\text{д}}$. Эти параметры для каждого НГО можно найти по принципу наименьших квадратов. Для оценки близости точек, вычисленных из уравнений Лагранжа, к соответствующей гармонике используем относительную ошибку: отношение $\frac{\sigma}{A}$, где A — амплитуда гармоника, σ — среднее квадратическое отклонение точек от гармоника. Средняя по 12 НГО относительная ошибка суточной гармоника составляет около 6%: $\frac{\sigma_k}{A_k} = 0.056 \pm 0.024$, долгопериодической — 2%: $\frac{\sigma_d}{A_d} = 0.021 \pm 0.008$.

После интегрирования выражения (5) получим изменение наклона орбиты $i(t)$ в результате действия на НГО солнечной радиации:

$$i(t) = A_d(Q_1 - Q_2) \times \text{sgn} \left[\sin \left(\frac{2\pi t}{T_d} + \varphi_d \right) \right] - i(t_0), \quad (6)$$

где $i(t_0)$ — величина наклона орбиты НГО в начальный момент (21.03.1994),

$$Q_1 = \frac{\sin [(1/T_d - 1) \times 2\pi t + (\varphi_d - \varphi_k)]}{(1/T_d - 1) \times 4\pi},$$

$$Q_2 = \frac{\sin [(1/T_d + 1) \times 2\pi t + (\varphi_d + \varphi_k)]}{(1/T_d + 1) \times 4\pi}. \quad (7)$$

В (6) использовали функцию знака:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0 \\ 0, & \text{если } x = 0 \\ -1, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

График изменения производной \dot{i} (рис. 4) и график изменения наклона орбиты i на интервале 2 года (рис. 5) имеют одинаковый вид. Но ордината оси гармоник изменения наклона i может быть отличной от нуля. Положение графика по оси i (рис. 5) определяется значением \dot{i} в начальный момент, но постоянной для данного спутника остается разность $\Delta i = i_{max} - i_{min}$, максимальная для данного НГО разность, обусловленная солнечной радиацией. Величина Δi зависит от параметра S/M : $\Delta i = (641.71 \times S/M + 0.46) \times 10^{-6}$ град., коэффициент регрессии $\rho = 0.90$. Максимальное значение Δi (20×10^{-6} град.) может быть достигнуто в середине лета или зимы (в дни, близкие летнему или зимнему солнцестоянию) для НГО с большим параметром S/M .

4. ДОЛГОТА ВОСХОДЯЩЕГО УЗЛА

Изменение производной долготы восходящего узла $\dot{\Omega}$ на протяжении почти 8.2 лет спутника 89004F приведено на рис. 6. Максимальная за год амплитуда суточных колебаний производной $\dot{\Omega}$ уменьшается с увеличением наклона орбиты спутника.

Из уравнения Лагранжа следует, что изменение $\dot{\Omega}$ можно представить через функцию изменения наклона орбиты $i(t)$:

$$\dot{\Omega}(t) = \frac{1}{\sin(i(t))} \times F(t), \quad (8)$$

где, очевидно,

$$F(t) = A^* \times \left| \sin \left(\frac{2\pi t}{T_d} + \varphi_d \right) \right| \times \sin(2\pi t + \varphi_k). \quad (9)$$

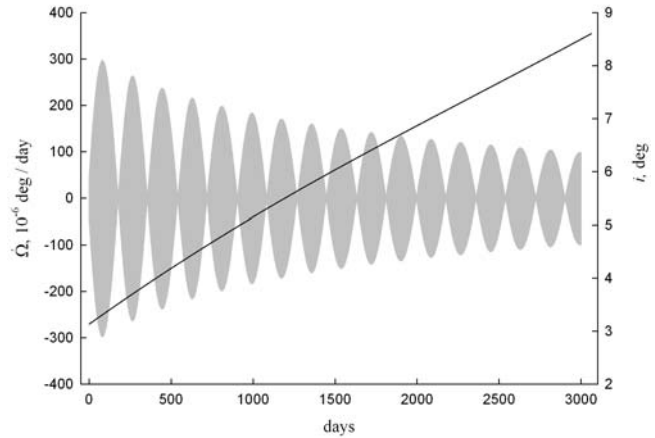


Рис. 6. Изменение $\dot{\Omega}$ и наклона орбиты i НГО 89004F за 8.2 года.

В (9) φ_k — начальная фаза суточной гармоники изменения значения функции $F(t)$, а T_d, φ_d — параметры долгопериодической гармоники, определяющей изменение амплитуды суточных колебаний этих значений, A^* — некоторая постоянная для данного спутника.

Амплитуда A_d долгопериодической гармоники изменения амплитуды A_k суточных колебаний производной $\dot{\Omega}$ зависит от времени:

$$A_d(t) = A_d(i(t)) = \frac{1}{\sin(i(t))} \times A^*,$$

что следует из (8) и (9). На определённом небольшом временном интервале (до 2 лет) параметры $T_d, \varphi_d, \varphi_k$, а также среднее на этом интервале значение $A_d(t)$ для каждого НГО можно определить методом наименьших квадратов. Относительные ошибки суточной и годичной (на интервале 2 лет) гармоники приблизительно равны и составляют примерно 5%: $\frac{\sigma}{A} = 0.05 \pm 0.02$.

Период изменения наклона орбиты i НГО 53 года. В течение 2 лет наклон можно считать постоянным и определять его как среднее на данном интервале значение i_0 . Таким образом, интегрируя (8) на не очень больших промежутках времени (до 2 лет), получим:

$$\Omega(t) = \frac{1}{\sin(i_0)} \times A^* \times (Q_1 - Q_2) \times \text{sgn} \left(\frac{2\pi t}{T_d} + \varphi_d \right) - \Omega(t_0), \quad (10)$$

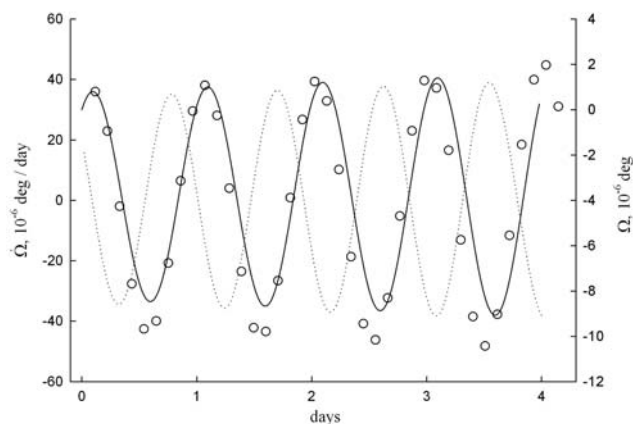


Рис. 7. Изменение $\dot{\Omega}$ и вычисленного двумя способами Ω для НГО 81073А в интервале 4 суток.

где $\Omega(t_0)$ — значение долготы Ω в начальный момент (21.03.1994), Q_1 и Q_2 определяются по формулам (7) с параметрами T_d , φ_d , φ_k гармоник изменения функции $F(t)$, используемой для определения производной $\dot{\Omega}$.

На рис. 7 приведено (сплошная кривая) изменение Ω на протяжении 4 суток (ось ординат справа), полученное по формуле (10). Эта кривая мало отличается от изменений Ω , найденных методом численного интегрирования уравнений Лагранжа (точки вдоль кривой на рис. 7).

Амплитуда $A_d(t) = [\sin(i(t))]^{-1} \times A^*$ является функцией наклона орбиты. Вычислив $A_d(t)$ для определенного значения i_0 , найдем её для любого другого i по формуле:

$$A_d(i) = \frac{\sin(i_0)}{\sin(i)} \times A_d(i_0). \quad (11)$$

5. АРГУМЕНТ ПЕРИГЕЯ

Использование метода наименьших квадратов приводит к обнаружению для каждого НГО двух гармоник изменения производной аргумента перигея под действием солнечной радиации: короткопериодической с периодом порядка 0.5 суток и долгопериодической с периодом около года. Следовательно, функция $\dot{\omega}(t)$ для НГО представляется суммой двух гармоник:

$$\dot{\omega}(t) = A_k \sin(4\pi t + \varphi_k) + A_d \sin\left(\frac{2\pi t}{T_d} + \varphi_d\right), \quad (12)$$

где A_k , A_d , φ_k , φ_d — параметры гармоник изменения $\dot{\omega}$. Период $T_d \approx 1$ год, а $T_k \approx 0.5$ суток.

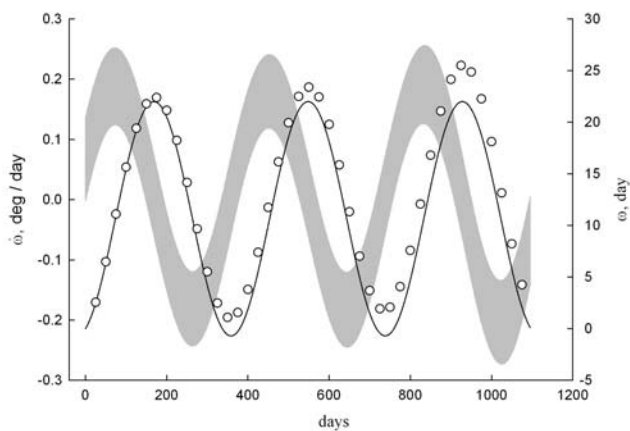


Рис. 8. Изменение производной $\dot{\omega}$ и аргумента перигея ω НГО 83006А на интервале 3 года.

Среднее квадратичное отклонение σ_d точек от долгопериодической гармоник в методе наименьших квадратов обусловлено в основном короткопериодическими колебаниями с амплитудой A_k . Поэтому ошибки σ_d мало отличаются от амплитуд A_k .

Амплитуды A_k и A_d корреляционно зависимы: $A_d = 2.47A_k + 0.02$, $\rho = 0.95$. Амплитуда A_d примерно в 2.5 раза больше A_k . Относительная долгопериодическая ошибка велика из-за короткопериодических колебаний $\dot{\omega}$. Она почти одинакова для всех дрейфующих НГО: $\frac{\sigma_d}{A_d} = 0.244 \pm 0.004$.

Долгопериодические изменения либрационных НГО могут достаточно сильно отличаться от своих гармоник, относительная ошибка $\frac{\sigma_d}{A_d} = 0.297 \pm 0.042$. Поэтому для них интегрирование уравнений Лагранжа с помощью гармоник не всегда даёт точные результаты.

Интеграл от выражения (12) также является суммой двух гармоник с периодами, как в (12), но на $\pi/2$ меньшими фазами и другими амплитудами:

$$\omega(t) = \frac{A_k}{4\pi} \times \sin\left(4\pi t + \varphi_k - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{A_d T_d}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_d} + \varphi_d - \frac{\pi}{2}\right) - \omega_0. \quad (13)$$

Из формул (12) и (13) следует, что амплитуда долгопериодической гармоник изменения ω значительно больше амплитуды долгопериодического изменения $\dot{\omega}$ в 365/6.28 раза. В то время как амплитуда короткопериодической гармоник изменения ω — меньше амплитуды короткопериодического изменения $\dot{\omega}$. Поэтому изменение ω на графике на больших временных интервалах имеет вид кривой, а не полосы, как на графике изменения $\dot{\omega}$ (рис. 8).

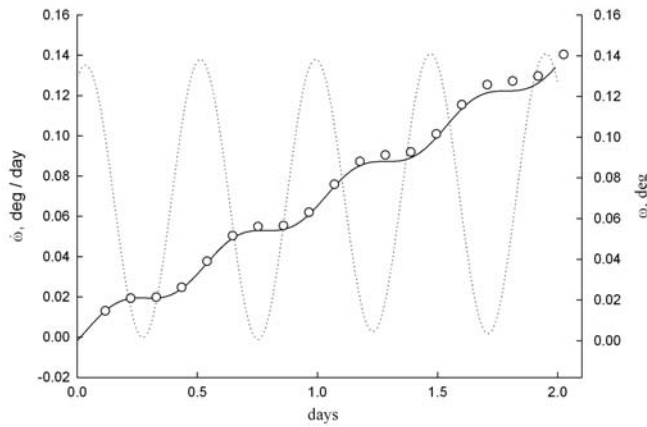


Рис. 9. Изменение $\dot{\omega}$ и аргумента перигея ω НГО 83006А на интервале 2 суток.

Короткопериодические колебания ω на рис. 8 не заметны, но их хорошо видно на рис. 9 (сплошная кривая), на временном интервале 2 суток. Точки вдоль кривой на рис. 8 и рис. 9 — значения ω , вычисленные методом численного интегрирования уравнения Лагранжа. Из-за малой амплитуды короткопериодических колебаний ω этот метод даёт неплохие результаты при определении ω и на больших промежутках времени.

Для выборки 12 НГО максимальные значения амплитуд A_k и A_d соответственно равны 0.22 град/день и 0.53 град/день. Так как амплитуды коротко- и долгопериодических гармоник изменения ω соответственно равны $\frac{A_k}{4\pi}$ и $\frac{A_d T_d}{2\pi}$, то их максимумы — 0.018° и 31° . Следовательно, максимальные коротко- и долгопериодические ошибки определения ω , обусловленные солнечной радиацией, соответственно равны: $\Delta_k = 0.036^\circ$, $\Delta_d = 62^\circ$.

6. ЭКСЦЕНТРИСИТЕТ

Применяя метод наименьших квадратов, к оценке изменений производной эксцентриситета \dot{e} каждого НГО нашей выборки, в них можно обнаружить две гармоники: короткопериодическую ($T_k \approx 0.5^d$) и долгопериодическую ($T_d \approx 1$ год). График изменения производной \dot{e} на интервале 3 года (рис. 10) имеет такой же вид, как и график изменения $\dot{\omega}$ (рис. 8). Функция $\dot{e}(t)$ представляется суммой двух гармоник аналогично (12), но с параметрами A_k , A_d , φ_k , φ_d , установленными по вычисленным значениям производной \dot{e} . Амплитуды долгопериодических гармоник изменения \dot{e} находятся в пределах $A_d = (0.4-4.4) \times 10^{-6}$ град/день. Амплитуда A_k короткопериодических изменений эксцентриситета e рассматриваемых НГО не превышает 2×10^{-6} град/день.

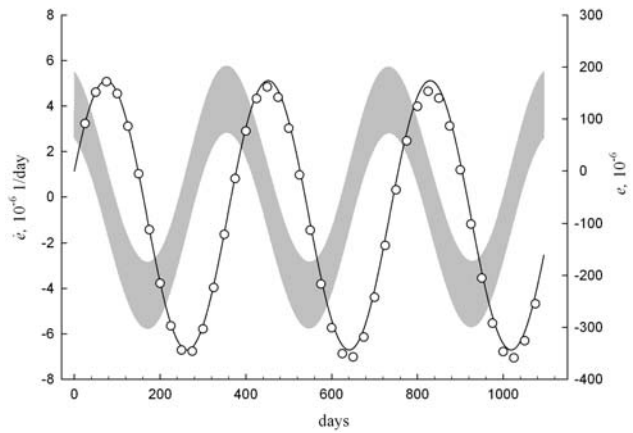


Рис. 10. Изменение производной \dot{e} и эксцентриситета e НГО 83006А на интервале 3 лет.

Долгопериодические изменения \dot{e} либрационных и дрейфующих НГО представляются двумя гармониками одинаково точно. Относительная ошибка короткопериодических изменений $\frac{\sigma_k}{A_k} = 0.027 \pm 0.019$, долгопериодических — $\frac{\sigma_d}{A_d} = 0.244 \pm 0.017$. Большая величина ошибки $\frac{\sigma_d}{A_d}$ объясняется тем, что она содержит в себе амплитуды короткопериодических колебаний производной \dot{e} .

Изменение эксцентриситета $e(t)$ имеет такой же вид, как и $\omega(t)$: выражение (13) с параметрами A_k , φ_k , A_d , φ_d , T_d , вычисленными методом наименьших квадратов, применённому к множеству значений \dot{e} . Максимальная амплитуда годовых колебаний 0.000256 . Следовательно, максимальная ошибка, обусловленная солнечной радиацией, $\Delta e_d = 0.000512$. Амплитуда короткопериодических изменений e примерно в 2000 раз меньше амплитуды годовых колебаний, она не превышает 0.12×10^{-6} . Поэтому максимальная короткопериодическая ошибка мала: $\Delta e_k = 0.24 \times 10^{-6}$.

Вычисление функции $e(t)$ методом численного интегрирования даёт хорошие результаты как на малых так и на больших промежутках времени. Соответствующие значения $e(t)$ в интервале 2 лет приведены на рис. 10. Точками вдоль сплошной кривой обозначены результаты вычислений с помощью гармоник.

7. СРЕДНЯЯ АНОМАЛИЯ

Изменение производной средней аномалии \dot{M} можно представить как сумму трёх гармоник. Период третьей гармоники находится в пределах 5–80 суток, например, у НГО 73100D

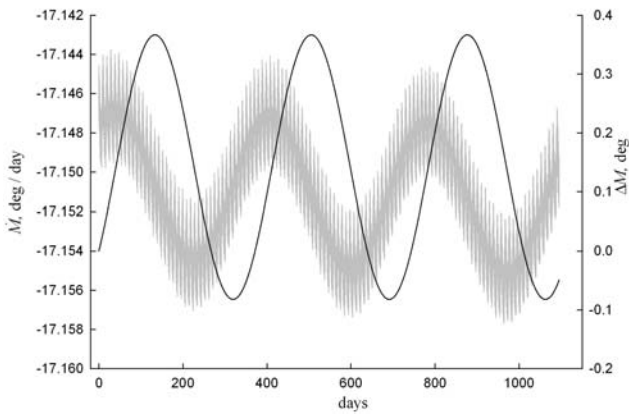


Рис. 11. Изменение \dot{M} и средней аномалии M НГО 73100D на интервале 3 лет.

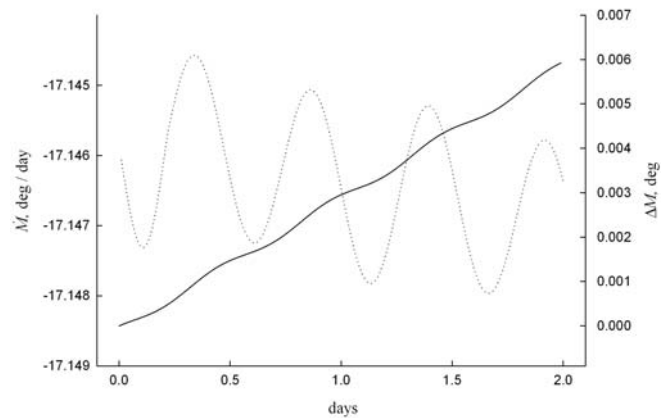


Рис. 12. Изменение производной \dot{M} и средней аномалии M НГО 73100D в интервале 2 суток.

(рис. 11) — 10 суток. Эта гармоника у большинства НГО очень слаба, поэтому её не учитываем. Таким образом,

$$\begin{aligned} \dot{M}(t) = & A_k \times \sin(4\pi t + \varphi_k) \\ & + A_d \times \sin\left(\frac{2\pi t}{T_d} + \varphi_d\right) + \dot{M}_{d0}. \end{aligned} \quad (14)$$

Периоды коротко- и долгопериодической гармоник изменения \dot{M} такие же, как и в производных $\dot{\omega}$ и \dot{e} : $T_k \approx 0.5^{\text{д}}$ и $T_d \approx 1$ год. Амплитуда A_d в 2–4 раза больше A_k : $A_d = (0.004–0.52)$ град/день, $A_k = (0.001–0.22)$ град/день.

Основным отличием изменения \dot{M} от функций $\dot{e}(t)$ и $\dot{\omega}(t)$ является то, что ось симметрии годичной гармоникой изменения \dot{M} не совпадает с осью абсцисс (ордината \dot{M}_{d0} отлична от нуля). Появление параметра \dot{M}_{d0} обусловлено тем, что в формуле Лагранжа для \dot{M} есть член n (среднесуточное движение), который не содержит производной от возмущающего потенциала. Параметры \dot{M}_{d0} с высоким коэффициентом регрессии, по данным 12 НГО, коррелируют с дрейфами НГО и по величине близки дрейфам из [3]: $\dot{M}_{d0} = 1.0498 \times \dot{\lambda} + 1.4185$ (град/день), $\rho = 0.9988$.

Формула (14) точно отражает изменение \dot{M} всех дрейфующих НГО. У либрационных спутников долгопериодические изменения \dot{M} могут немного отличаться от годичных гармоник [3], и формула (14) выполняется приближенно.

Интегрируя выражение (14), получим уравнение движения НГО

$$M(t) = \Delta M(t) + \dot{M}_{d0} \times t,$$

которое является суммой линейной составляющей и поправки

$$\begin{aligned} \Delta M(t) = & \frac{A_k}{4\pi} \times \sin\left(4\pi t + \varphi_k - \frac{\pi}{2}\right) \\ & + \frac{A_d T_d}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_d} + \varphi_d - \frac{\pi}{2}\right) - M_0, \end{aligned} \quad (15)$$

обусловленной действием солнечной радиации на спутник. Последняя является суммой двух гармоник и имеет такой же вид, как функции изменения аргумента перигея и эксцентриситета (13). Параметр M_0 в (15) — значение средней аномалии в начальный момент.

На рис. 11 приведено изменение \dot{M} на протяжении 3 лет спутника 73100D. Это синусоидальная зачернённая полоса с негладкими границами, обусловленными третьей гармоникой.

Сплошными кривыми на рис. 11 и 12 (оси ординат на правой стороне рисунков) показаны изменения поправок ΔM , вычисленные по формуле (15). Из этой же формулы находим, что максимальная амплитуда полусуточной гармоникой изменения $\Delta M(t)$ равна 0.018° , а годичной — 30.3° . Соответственно максимальные ошибки определения M , обусловленные давлением солнечного излучения, по данным 12 спутников, составляют 0.036° и 60.6° .

Периодичность изменения элементов орбит нарушается теневой функцией, учитывающей прохождение спутника через тень Земли [3]. Но в интервале нескольких лет эта составляющая практически не влияет на результат вычислений. Через

ть Земли спутник проходит ежедневно в интервалах Δt_1 и Δt_2 , центры которых приблизительно совпадают с днями весеннего и осеннего равноденствия. Длина этих интервалов, 40–65 суток, слабо коррелирует ($\rho = 0.73$) с наклоном орбиты спутника. Время пребывания спутника в тени меньше 2.4% длительности суток. Общее время пребывания в тени не превышает 0.5% в году. Спутник проходит через тень, когда изменения элементов a , e , i под влиянием солнечной радиации минимальны. Поэтому тень Земли на их изменение почти не влияет.

8. ВЫВОДЫ

Действие солнечной радиации на спутник приводит к короткопериодическим изменениям в элементах орбит НГО: с периодом 1 сутки большой полуоси a , наклона орбиты i и долготы восходящего узла Ω и периодом 0.5 суток эксцентриситета e , аргумента перигея ω и средней аномалии M . Амплитуды короткопериодических колебаний a , i и Ω изменяются с периодом 0.5 года. Давление солнечного излучения приводит также к долгопериодическим изменениям с периодом 1 год в элементах

e , ω и M . Вековых изменений элементов орбит не обнаружено.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. М.А. Смирнов, А.М. Микиша, в *Столкновения в околоземном пространстве (космический мусор)* (Космосинформ, Москва, 1995), стр. 252.
2. К.Арнольд *Методы спутниковой геодезии* (Недра, Москва, 1973).
3. В.У.Клімник, В.П.Єпішев, И.И.Мотрунич и др., Науковий вісник Ужгород. університету. Сер. фізика. **23**, 164 (2008),
4. А.С. Сочилина, Р.И. Киладзе, К.В. Григорьев, А.Н. Вершков, *Каталог орбит геостационарных спутников* (ИТА РАН, Санкт-Петербург, 1996).
5. В.П. Епишев, В.У. Климик и В.И. Кудак, в *Трудах международной конференции "Астрономия и всемирное наследие: через время и континенты"*, Казань, Россия, 2009 (Казан. гос. ун-т, Казань, 2009), стр. 66.

EVALUATION OF DISTURBANCES FROM SOLAR RADIATION IN ORBITAL ELEMENTS OF GEOSYNCHRONOUS SATELLITES BASED ON HARMONICS

V.I. Kudak, V.U. Klimik, V.P. Epishev

Using specialized codes for the search of periodic and linear components we show that direct solar radiation leads to short-period variations of all the orbital elements of geosynchronous satellites. The variation period of the semimajor axis a , orbit inclination i and the longitude of the ascending node Ω is 1 day. Eccentricity e , the argument of perigee ω and the mean anomaly M vary with a period of 0.5 days. Direct solar radiation also leads to long-period variations in e , ω and M with a period of 1 year. The elements a , i and Ω undergo variations only in the amplitude of diurnal variations with a period of 1 or 0.5 years. Secular variability (linear components) are not detected. To obtain the initial value array of the orbital elements we used the Lagrange equations of perturbed motion in the form of a Gaussian with their subsequent integration via a special method of harmonics: the values of the derived orbital elements, obtained from the Lagrange equations, were presented through the periodic functions that are easy to integrate.

Key words: *Space vehicles: techniques: miscellaneous*