

УДК 524.35:524.354.4–32

ПОИСК ВОЗМОЖНЫХ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ОДИНОЧНЫМИ РАДИОПУЛЬСАРАМИ И ОСТАТКАМИ СВЕРХНОВЫХ

© 2012 Е. Г. Чмырева^{1*}, Г. М. Бескин², А. В. Бирюков²¹Государственный Астрономический Институт им. Штернберга, 119992 Москва²Специальная астрофизическая обсерватория РАН, Нижний Архыз, 369167 Россия

Поступила в редакцию 19 декабря 2011 г.; принята в печать 01 февраля 2012 г.

Разработан метод поиска связи между одиночными радиопульсарами и остатками сверхновых на основе анализа их кинематических характеристик. В работе исследуются достаточно молодые ($\tau_{\text{ch}} \lesssim 10^6$ лет) радиопульсары с измеренными собственными движениями и расстояниями, определенными по мерам дисперсии и параллаксам, и остатки сверхновых, удаленные от них не более чем на 1–2 кпс. С использованием стандартного эмпирического распределения радиальных скоростей для каждого из пульсаров было построено 100–200 тысяч траекторий его возможного движения в гравитационном поле Галактики в течение последних нескольких миллионов лет. Получены оценки вероятностей тесных сближений пульсаров с остатками сверхновых на временах, согласованных с возрастом пульсара. В случае существенного превышения ими значений опорных вероятностей, полученных в предположении о чисто случайном сближении объектов, делался вывод о возможном рождении пульсаров при взрывах этих сверхновых. Из восьми предварительно отобранных пар пульсар–остаток, J 1829–1751 / G 16.2–2.7 и J 1833–0827 / G 24.7–0.6 с достаточно высокой вероятностью могут иметь общее происхождение.

Ключевые слова: *звезды: пульсары — звезды: сверхновые — звезды: кинематика и динамика*

1. ВВЕДЕНИЕ

Радиопульсары, будучи нейтронными звездами (НЗ), являются конечной стадией эволюции массивных (от 8–10 до 25–30 M_{\odot}) звезд (см., например, [1, 2]), хотя есть указания на то, что прародители могут быть массивнее [3]. Их тангенциальные скорости достигают сотен и даже тысяч километров в секунду (см., например, [4] и ссылки там). Большие импульсы нейтронные звезды приобретают вследствие асимметрии взрывов сверхновых [5–8] и/или в результате распада двойных систем, компонентами которых они являлись [9, 10]. Как известно, не менее 50% звезд входят в состав двойных и кратных систем [11–13]. Именно высокие скорости пульсаров свидетельствуют в пользу того, что многие из них родились в распавшихся двойных системах и ускорились под действием эффекта пращи, в сочетании с асимметричным взрывом сверхновой [14, 15]. Альтернативный вариант ускорения НЗ — их рождение при взрывах массивных звезд, с большой скоростью вылетевших из молодых звездных скоплений [16–19].

Пульсары образуются во взрывах сверхновых второго типа. При этом, если рожденный

пульсар движется с примерно постоянной скоростью, то расширение остатка сверхновой (SNR), хоть и быстрое вначале, со временем замедляется и прекращается, пройдя до этого несколько стадий развития. В начальной фазе происходит свободное расширение оболочки, когда выброшенное вещество движется по инерции, с высокими скоростями вплоть до 10^4 км/с, пока его масса не сравняется с массой выметенного межзвездного газа. При плотности межзвездной среды в 1 атом/см^{–3} этот момент соответствует размеру остатка в несколько парсек и возрасту в несколько сотен лет. Затем расширение замедляется, возникает возвратная ударная волна, движущая внутрь остатка, который входит в фазу Седова–Тейлора (адиабатическое расширение), которая продолжается, пока радиационные потери малы по сравнению с энергией выброшенной оболочки (10^{50} – 10^{51} эрг). Именно на этой стадии, в силу ее длительности и ясности наблюдательных проявлений во всех диапазонах, обнаруживается большинство известных остатков. С началом торможения оболочки начинается стадия интенсивного радиационного охлаждения. Максимальное время жизни остатка до его полной диссипации в несколько раз больше времени достижения им максимального радиуса (десятки, а

*E-mail: lisa.chmyreva@mail.ru

в отдельных случаях сотни парсек, в зависимости от плотности межзвездной среды). По прошествии 10^5 – 10^6 лет давление газа в остатке сравнивается с давлением невозмущенного межзвездного газа и скорость расширения оболочки уменьшается до среднестатистических скоростей в окружающем пространстве (около 10 км/с); остаток сливается с межзвездной средой. Таким образом, остаток обнаружим, пока скорость его расширения $\gtrsim 10$ км/с и пока можно регистрировать его синхротронное радиоизлучение (см., например, [20, 21]).

Скорость пульсара в некоторых случаях может оказаться достаточной для его вылета за пределы остатка прежде, чем последний диссипирует. Как показано в [22], в момент пересечения пульсаром остатка, пока тот еще находится на стадии Седова (при возрасте в несколько десятков тысяч лет), скорость пульсара в 2.5 раза превышает скорость расширения оболочки. Это дает типичные скорости в несколько сотен км/с, что хоть и является большой величиной, но все же находится в диапазоне наблюдаемых скоростей известных пульсаров. Таким образом, у некоторых высокоскоростных, относительно молодых пульсаров, может наблюдаться связанный с ними расположенный рядом остаток сверхновой. Ниже мы обсуждаем такие объекты, известные на сегодняшний день. Поиск связи пульсаров с их SNR представляет большой интерес, так как позволяет локализовать место рождения пульсара и уточнить его реальный возраст.

Если пульсар в прошлом входил в состав распавшейся тесной двойной системы (ТДС), установление его связи с остатком позволит определить место распада системы, а также, как следствие, найти область локализации второго компонента, если таковым являлась черная дыра (ЧД). Из-за своей массивности, ЧД сформировалась бы первой и не приобрела бы большой скорости при распаде системы, т.е. не успела бы за характерные времена улететь далеко от места диссоциации ТДС. Обнаружить связь между бывшими компонентами можно лишь для систем, распавшихся после второго взрыва сверхновой: в случае распада после первого взрыва компоненты эволюционируют независимо, и проследить их изначальные траектории после коллапса (и изменения направления движения) уцелевшей звезды невозможно. Метод поиска пар по кинематическим характеристикам ныне одиночных радиопульсаров подробно описан авторами в работе [23].

В данной работе мы анализируем возможные связи между достаточно молодыми одиночными пульсарами с известными собственными движениями и расстояниями и остатками сверхновых,

удаленными от них в пределах 1–2 кпк. Задаваясь распределением кинематических характеристик пульсаров, мы моделируем их движение в прошлом и ищем минимальные сближения с остатками сверхновых на временах до нескольких сотен тысяч лет. Сравнивая полученную при моделировании вероятность таких сближений с априорной вероятностью при чисто случайном пролете объектов на малых расстояниях, мы можем оценить возможность реальной физической связи. Дополнительным важным свидетельством в пользу такой связи служит соответствие между эпохой сближения объектов, характеристическим возрастом τ_{ch} пульсара и оценкой возраста остатка.

Во втором и третьем разделах мы описываем общую идею анализа, метод и особенности его реализации. Результаты приводятся в разделе 4. Обсуждение приводится в заключении.

2. ОСОБЕННОСТИ ОЦЕНКИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И ВОЗРАСТОВ ПУЛЬСАРОВ И ОСТАТКОВ SN

Основной вклад в неточность определения траекторий движения пульсаров вносят ошибки измерения расстояний до них. Оценки, полученные по данным о мере дисперсии (DM) по модели распределения плотности свободных электронов в Галактике NE 2001 [24], имеют относительную погрешность около 30%, поэтому мы в первую очередь исследовали объекты с измеренными паралаксами.

Как было показано нами в [23], движение пульсара за порядка 10^6 лет остается практически равномерным, следовательно, точность определения его траектории $\mathbf{r}(t)$ в основном определяется точностью измерения расстояния. Действительно, при $d \sim 2 \div 4$ кпк, собственных движениях порядка 10 mas/уг и их относительных ошибках порядка 30%, точность определения поперечной скорости будет составлять порядка 100 км/с, что впоследствии, на временах до 10^6 лет, приведет к погрешности в положении $\mathbf{r}(t)$ на уровне 100 пк. Эта величина значительно меньше вклада неточности определения начального расстояния d .

Значительная неопределенность в определении связи между SNR и пульсарами связана с отсутствием информации о реальных возрастах последних. Мы используем в качестве их оценки характеристические возраста $\tau_{ch} = P/2\dot{P}$. В то же время, четкой корреляции между τ_{ch} и реальным возрастом, особенно для молодых пульсаров, не наблюдается. Например, характеристический возраст пульсара J 1811–1925, который находится

внутри исторического остатка сверхновой G 11.2—0.3, составляет 24 000 лет, что почти в 15 раз превосходит возраст последнего (порядка 1600 лет). Измерения скорости расширения остатка подтверждают его молодость: 960—3400 лет [25]. С другой стороны, в системе J 1758—24 / G 5.4—1.2, τ_{ch} пульсара составляет 15 500 лет, в то время как возраст остатка не меньше 39 000 лет [26]. Таким образом, τ_{ch} может значительно отличаться от реального возраста пульсара как в большую, так и в меньшую сторону [27]. В пользу заниженности оценки возрастов некоторых относительно молодых пульсаров свидетельствует отсутствие регистрации связанных с ними остатков сверхновых.

Как и при обнаружении кинематической связи между пульсарами из распавшейся пары [23], локализация места рождения пульсара вблизи остатка сверхновой позволит сравнить его кинематический (действительный) возраст с характеристическим, а также с оценкой возраста остатка, полученной из зависимостей $R_{\text{SNR}}(t)$ или $\Sigma - D$, о которых будет сказано ниже. Наличие всех трех оценок при их близости повышает достоверность установления связи между пульсаром и остатком, разумеется, при их относительной молодости (остаток еще обнаруживается при возрасте менее 10^6 лет).

Возрасты остатков сверхновых (за исключением исторических), как правило, также известны с невысокой точностью. Они оцениваются при измеренных расстояниях и угловых размерах по соотношениям

$$R_{\text{SNR}}(t) \approx 0.31 \left(\frac{E_{51}}{n_0} \right)^{1/5} \left(\frac{t}{\text{yr}} \right)^{2/5},$$

где $E_{51} \equiv E_0/10^{51}$ эрг/с — начальная энергия взрыва, полученного из стандартного решения Седова (для SNR на стадии адиабатического расширения), и

$$R_{\text{SNR}}(t) \approx 35 \left(\frac{E_{51}}{n_0} \right)^{5/21} \left(\frac{t}{10^5 \text{yr}} \right)^{2/7}$$

(для стадии радиационного охлаждения) [20].

Если расстояния до остатков неизвестны, их диаметры D можно оценить по эмпирическому соотношению $\Sigma = AD^{-\beta}$, где Σ — поверхностная яркость остатка в радиодиапазоне, A определяется характеристиками взрыва сверхновой и плотностью окружающей среды, а $\beta = -2.2 \div -3.8$. Во многих случаях из-за неоднородности остатка определение его углового размера затруднено, поэтому точность определения Σ низка и использование зависимости $\Sigma - D$ дает лишь качественную оценку линейного размера, и, соответственно, возраста. Разные авторы используют разные величины параметров в соотношении $\Sigma - D$. Так,

например, в одной из последних работ [28] по 57 галактическим остаткам без центральных источников было получено, что $\beta = -2.15 \pm 0.38$ (вне диапазона более ранних значений).

Большинство остатков сверхновых относительно молоды — их возрасты не превышают несколько десятков тысяч лет. С другой стороны, как будет показано ниже, самые молодые среди отобранных для нашего анализа пульсаров имеют характеристический возраст в несколько сотен тысяч лет. Однако в последнее время появляются указания на то, что возможно обнаружение и более старых остатков (см., например, [29, 30]), в том числе и вследствие повышения чувствительности радионаблюдений. Это позволяет анализировать возможные связи между достаточно старыми пульсарами и остатками с возрастными $10^5 - 10^6$ лет.

Генслер и Джонстон [31] приводят аргументы в пользу совместного происхождения пульсара J 1833—0827 и остатка сверхновой G 23.3—0.3, причем возраст последнего по некоторым оценкам составляет около 100 000 лет [32]. Там же упоминается уже рассмотренная Клифтоном и др. [33] возможная связь остатка G 16.8—1.1 и пульсара В 1822—14, чей возраст оценивается в 195 000 лет. В работе [34] указывается на старый остаток G 351.7+0.8, рядом с границей которого находится 178 000-летний пульсар J 1721—3532. В рамках стандартной модели Седова оценка возраста остатка близка к 140 000 годам. Тиан и др. [35] уменьшают возраст остатка до менее 68 000 лет и приводят аргументы против этой связи, однако не исключая ее. В этих работах рассматриваются пульсары, которые находятся в непосредственной близости от границ остатков сверхновых или внутри них, поэтому траектории их движения не анализировались.

Наиболее полный обзор возможных связей между пульсарами и остатками можно найти в работе [36], где приводятся 50 таких пар. При этом как минимум в 20 случаях единство происхождения полагается высокодостоверным, так как в этих случаях были обнаружены туманности, являющиеся результатом взаимодействия пульсарного ветра с плазмой вокруг пульсаров внутри остатка. Большинство из упомянутых 50 пульсаров относительно молоды, и находятся или внутри остатка, или на его границе (часто только в проекции из-за отсутствия данных о расстояниях). В нескольких случаях пульсар вылетел за пределы остатка и проделал небольшой (меньше R_{SNR}) путь вне его. Например, пульсар В 1951+32 почти достиг границы большого остатка CTB80, имеющего размер 80 угловых минут, что при расстоянии 2 кпк дает радиус около 23 пк (см., например, [37—39]). Его характеристический возраст составляет 107 000 лет, однако с

использованием оценки собственного движения и в предположении о его рождении в центре остатка, возраст уменьшается до порядка 60 000 лет, что хорошо соответствует динамическому возрасту остатка (77 000 лет).

Характеристический возраст пульсара В 1757–24, расположенного вне границы остатка G 5.4–1.2, составляет 15 500 лет [40]. Однако, как показано в [31], у пульсара хватает времени, чтобы вылететь за пределы остатка, только если он старше 25 000 лет. Действительно, как упоминалось выше, истинный возраст этого объекта превышает 39 000 лет, а по некоторым оценкам и 70 000 лет [41].

Еще один пример — пульсар J 1437–5959 с характеристическим возрастом 114 000 лет, вылетевший из остатка G 315.9–0.0 [42] и удалившийся от его центра на расстояние порядка 35 пк, при $R_{\text{SNR}} = 17$ пк.

Существование старых (с возрастом до нескольких сотен тысяч лет) остатков (см., например, [43]) позволяет искать их связь с достаточно старыми пульсарами (с $\tau_{\text{ch}} > 10^5$ лет), чьи высокие скорости (несколько сотен км/с) позволили им покинуть окрестности остатка (наблюдаемого по сей день) и улететь на значительное расстояние. Восстанавливая траектории движения таких объектов, мы получаем возможность определить их кинематический возраст, сопоставляя который с другими временными характеристиками остатка и пульсара, можно оценить достоверность связи между ними.

3. МЕТОД

3.1. Постановка задачи

Как было сказано выше, задача поиска кинематической связи между пульсарами и остатками вспышек сверхновых состоит в прослеживании в прошлое траекторий пульсаров и поиске их сближений с центрами остатков. Она идейно полностью аналогична таковой для пар пульсаров, описанной авторами в [23]. Тем не менее, в деталях они очевидно различаются, поскольку здесь исследуется связь объектов из разных галактических подсистем.

Так же, как и в [23], движение пульсаров и известных остатков прослеживалось назад во времени в прямоугольной системе координат, связанной с центром Галактики, и ориентированной так, что современный радиус-вектор Солнца имеет координаты $\mathbf{r}_{\odot} = \{-8.5 \text{ кпк}, 0, 0\}$ (см., например, [44]).

Пульсар и остаток сверхновой характеризуются своими радиус-векторами \mathbf{r}_{PSR} и \mathbf{r}_{SNR} . Причём

последний — радиус-вектор точки, которая формально совпадает с центром остатка и имеет его небесные координаты.

Законы движения $\mathbf{r}_{\text{PSR}}(t)$ и $\mathbf{r}_{\text{SNR}}(t)$ в гравитационном потенциале Галактики $\varphi_G(\mathbf{r})$ есть решения уравнений движения вида

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\nabla\varphi_G(\mathbf{r}) \tag{1}$$

с начальными условиями

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(t = 0), \mathbf{V}_0 = \mathbf{V}(t = 0), \tag{2}$$

где $t = 0$ соответствует современной эпохе.

3.2. Решение уравнений движения

Решения уравнений 1 находятся численно, а векторы 2 для каждого объекта вычисляются частично по данным наблюдений, частично по набору моделей, описывающих кинематические и пространственные характеристики пульсаров и остатков вспышек сверхновых. Более конкретно:

$$\mathbf{r}_0 = d \times \{\cos b \cos l, \cos b \sin l, \sin b\} + \mathbf{r}_{\odot}, \tag{3}$$

где d — современное расстояние до объекта, а l и b — его галактические координаты. Вектор же начальной скорости:

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{V}_{r,\text{rot}} + \mathbf{V}_{r,p} + \mathbf{V}_t + \dot{\mathbf{r}}_{\odot}, \tag{4}$$

где $\dot{\mathbf{r}}_{\odot}$ — текущий вектор скорости Солнца, складывающийся из скорости движения локального стандарта покоя (ЛСП) $\mathbf{V}_{\odot,\text{rot}} = \{0, V_{\odot,\text{rot}}, 0\}$ и скорости Солнца относительно ЛСП, направленной в точку с координатами $l = 53^\circ$ и $b = 25^\circ$ и равной 16.5 км/с [44]; \mathbf{V}_t — поперечная скорость объекта в км/с, модуль которой

$$V_t = 4.74 \times d \times \sqrt{(\mu_l \cos b)^2 + \mu_b^2}, \tag{5}$$

если расстояние d выражено в килопарсеках, а компоненты собственного движения μ_l и μ_b — в mas/yr; $\mathbf{V}_{r,\text{rot}}$ — вековое изменение радиальной скорости, обусловленное галактическим вращением ЛСП объекта; $\mathbf{V}_{r,p}$ — peculiarная компонента радиальной скорости.

Таблица 1. Параметры Галактического потенциала [46, 47]

константа	диск-гало (dh)	балдж (b)	ядро (n)
M	$1.45 \times 10^{11} M_{\odot}$	$9.3 \times 10^9 M_{\odot}$	$1.0 \times 10^{10} M_{\odot}$
β_1	0.4		
β_2	0.5		
β_3	0.1		
h_1	0.325 кпк		
h_2	0.090 кпк		
h_3	0.125 кпк		
a_G	2.4 кпк		
b	5.5 кпк	0.25 кпк	1.5 кпк

3.3. Используемые модели

Непосредственно из наблюдений, кроме координат пульсара и остатка, нам известно лишь собственное движение пульсара. Информация же о расстоянии до пульсара, его радиальной скорости, о расстоянии и движении остатка для используемых в анализе объектов должна быть задана из других соображений.

Даже при измеренных собственных движениях, радиальные скорости остаются, разумеется, неизвестными и являются параметрами, рандомизирующими траектории. Они задавались как и в [23], в соответствии с распределением в виде суммы двух гауссиан [45]:

$$p(V_{r,p}) = \frac{w}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{V_{r,p}^2}{2\sigma_1^2}\right) + \frac{1-w}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left(-\frac{V_{r,p}^2}{2\sigma_2^2}\right), \quad (6)$$

где $\sigma_1 = 90$ км/с, $\sigma_2 = 500$ км/с, а $w = 0.4$.

Стоит отметить, что данное распределение относится к пекулярной скорости пульсара на момент рождения, однако, как показано в [23], на шкале 1 млн. лет движение пульсара в Галактике остается равномерным и прямолинейным с точностью до нескольких км/с и нескольких парсек соответственно.

В то же время, для исследуемых остатков вспышек сверхновых из наблюдений нам не известны даже величины их собственных движений. Тем не менее понятно, что скорости последних существенно ниже скоростей пульсаров, и в настоящей работе мы полагаем, что

$$V_{r,p}^{\text{SNR}} = 0, V_t^{\text{SNR}} = 0 \quad (7)$$

относительно ЛСП. Это вполне допустимое приближение, как будет показано ниже при анализе рандомизации начальных условий.

Что же касается расстояний до пульсаров, то они определялись по мере дисперсии (DM) в модели для плотности свободных электронов в Галактике NE2001, предложенной Кордесом и Лаззио [24].

Траектории движения пульсаров в Галактике строились в предположении, что они движутся в трехкомпонентном гравитационном потенциале, построенном в работах [46, 47]:

$$\varphi_G(r, z) = -\frac{GM_{\text{dh}}}{\sqrt{(a_G + \sum_{i=1}^3 \beta_i \sqrt{z^2 + h_i^2})^2 + b_{\text{dh}}^2 + r^2}} - \frac{GM_b}{\sqrt{b_b^2 + r^2}} - \frac{GM_n}{\sqrt{b_n^2 + r^2}}, \quad (8)$$

где r — расстояние от центра Галактики, z — удаление от ее плоскости, а параметры a_G , h_i и др. даны в Табл. 1. Потенциал в этой форме использовался и в [23], где также можно найти анализ соответствия набора выбранных дополнительных моделей друг другу.

3.4. Рандомизация начальных условий

Для построения траекторий пульсаров уравнения движения (1) решаются много раз с начальными условиями (2), которые по сути являются случайными величинами, подчиняющимися распределениям $p_r(\mathbf{r}_0)$ и $p_v(\mathbf{V}_0)$. При этом, как и в [23], собственные движения пульсаров распределены по нормальным законам $N(\mu, \sigma_\mu^2)$ и $N(\mu_b, \sigma_{\mu_b}^2)$ со средними, равными измеренным значениям, и дисперсиями, равными квадратам ошибок измерений. То же самое верно и для расстояний до пульсаров (ошибка которых принималась равной в 30% от измеренной на основе модели NE 2001 величины) и остатков сверхновых.

Напомним, что основной вклад в неопределенность в положении объектов 500 тыс.—1 млн. лет назад вносит именно плохое знание расстояний до них. Эти величины что для исследуемых пульсаров, что для остатков известны с точностью в несколько сотен парсек. В то же время, как показано в [23], погрешность положения на масштабе 1 млн. лет, обусловленная низкой точностью измерения собственных движений пульсаров, составит не более 100 пк. Для остатка сверхновой эта величина еще меньше, поскольку он движется медленнее. Здесь становится видно, что условия (7), принятые для остатков, даже если и привносят ошибку в десятки км/с в их текущие скорости, все равно не смогут существенно изменить конечный результат.

3.5. Моделирование апостериорной вероятности

По распределениям векторов текущих положений и скоростей выбранных пульсара и остатка сверхновой моделируются наборы их возможных траекторий в прошлом и отслеживается величина расстояния между ними:

$$\rho = |\mathbf{r}_{\text{PSR}}(t) - \mathbf{r}_{\text{SNR}}(t)| \quad (9)$$

при $t < 0$. Одновременно ищется такая эпоха T для каждой пары траекторий, когда $|\mathbf{r}_{\text{PSR}}(-T) - \mathbf{r}_{\text{SNR}}(-T)| = \rho_{\min}$.

Траектории пульсаров строятся путем решения уравнений движения 1, как в [23], методом Рунге-Кутты-Фельберга 4-го порядка, причем компоненты радиус-векторов и скоростей вычисляются с шагом 500 тыс. лет, в течение которых движение объекта принимается равномерным и прямолинейным, а типичное максимальное время, на которое прослеживаются траектории в прошлое, 1 млн. лет.

После моделирования для каждой пары пульсар-остаток порядка 100 тыс. траекторий, строятся распределения вероятностей $P(\rho_{\min} \leq \rho)$ сближения данных объектов в прошлом на расстояния,

не превышающие заданного ρ . Анализ величины такой апостериорной вероятности при довольно малых ρ (сравнимых с размерами остатка) позволяет нам судить о возможной связи исследуемой пары объектов.

3.6. Моделирование априорной вероятности

Знание величины апостериорной вероятности, однако, само по себе еще не позволяет сделать вывод о связи пульсара с SNR. По своему физическому смыслу плотность этой вероятности лишь задает вероятность реализации таких астрометрических характеристик объектов, которые приводят их к очень тесному сближению в прошлом. Такое сближение могло бы быть случайным. Для того, чтобы охарактеризовать степень этой случайности, необходимо получить оценку вероятности сильного сближения рассматриваемых пульсара и остатка в случае, когда пульсар оказывается заведомо кинематически полностью независимым. Это равносильно тому, что все возможные компоненты его современной пространственной скорости являются случайными и описываются распределением (6).

Таким образом, исключая информацию о собственном движении пульсара и разыгрывая в его векторе \mathbf{V}_0 все три компоненты пекулярной скорости, мы получаем подобное $P(\rho)$ распределение априорных вероятностей $P_0(\rho)$ и сравниваем их величины при малых ρ . Ясно, что если $P(\rho)$ существенно превышает $P_0(\rho)$, можно сделать вывод о неслучайности сближения пульсара и остатка, следовательно, о существовании между ними связи.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

В данной работе изначально была сформирована выборка из одиночных радиопулсаров, для которых известны собственные движения (μ_α, μ_δ) и расстояния (параллакс π , мера дисперсии), с характеристическими возрастными, не превышающими 10^6 лет (это обусловлено, с одной стороны, малым временем жизни остатков сверхновых, с другой — ненадежностью τ_{ch}). Их параметры были в большинстве своем взяты из базы данных ATNF [48] (<http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/expert.html>).

Из этих пульсаров и из выборки галактических остатков сверхновых [49–51] с известными расстояниями были отобраны пары объектов, наблюдаемые расстояния между которыми не превышают 1 кпк.

Для каждой из этих пар было предварительно смоделировано по 10–15 тысяч траекторий и отобраны те пары, для которых плотность вероятности

$p(\rho) = \frac{d}{d\rho}P(\rho)$ распределения расстояний между компонентами имела хорошо выраженный острый пик при $\rho \lesssim 200$ пк.

Для каждой из них были затем смоделированы 100–200 тысяч пар траекторий, и построены распределения $P(\rho)$, $P_0(\rho)$, $T(\rho)$, а также определены в пространстве (и в картинной плоскости) области их наиболее тесных сближений, начиная с $\rho = 5$ пк.

Результаты моделирования представлены в Табл. 2. Для каждой пары объектов приведены: общее количество смоделированных пар траекторий N ; расстояние минимального найденного сближения ρ_{\min} ; расстояние априорного минимального сближения $\rho_{0,\min}$; априорная вероятность $P_0(5)$ сближений на расстояние $\rho \leq 5$ пк; вероятность $P(5)$ сближений на расстояние $\rho \leq 5$ пк; медианная эпоха $T(5)$, характеризующая сближения на $\rho \leq 5$ пк; характеристический возраст пульсара τ_{ch} ; оценка возраста остатка вспышки сверхновой t_{SNR} ; диаметр остатка сверхновой D .

На основании предварительного анализа были отобраны из всех рассмотренных кандидатов следующие пары объектов:

J 1835–1106 / G 22.7–0.2,
 J 1835–1106 / G 18.9–1.1,
 J 1832–0827 / G 22.7–0.2,
 J 1915+1009 / G 45.7–0.4,
 J 1833–0827 / G 24.7–0.6,
 J 1832–0827 / G 23.3–0.3,
 J 1833–0827 / G 23.3–0.3,
 J 1829–1751 / G 16.2–2.7.

Ниже мы рассмотрим более подробно каждую из этих пар.

4.1. J 1829–1751 / G 16.2–2.7

Большая величина отношения апостериорной вероятности минимального сближения к априорной (960) позволяет с хорошей долей уверенности предположить, что объекты были связаны в прошлом (см. Табл. 2). На Рис. 1 показаны плотности вероятностей для посчитанных данным методом априорного распределения минимального расстояния между объектами в прошлом, и, собственно, распределения найденных минимальных сближений той же пары. На Рис. 2 показаны вероятности для тех же величин. Эпоха сближения объектов на расстояние 5 пк близка к 35 000 лет. Возраст остатка G 16.2–2.7 составляет примерно 24 500 лет, при разбросе от 13 000 до 49 000 лет. Для оценки возраста использовалась зависимость $D(t) = (1.03 \pm 0.02)t^{0.34 \pm 0.02}$,

где D — диаметр остатка [52]. Интервал допустимых расстояний дает диапазон возрастов остатка от 6000 до 71 000 лет. Таким образом, установлено хорошее соответствие возраста остатка и эпохи минимального сближения объектов. Характеристический возраст пульсара составляет 877 000 лет, однако, учитывая возможное его отличие от реального возраста вплоть до порядка, можно считать связь J 1829–1751 и G 16.2–2.7 вполне вероятной.

4.2. J 1833–0827 / G 24.7–0.6

Здесь отличие вероятностей составляет 5 раз. При допустимом разбросе расстояний и диаметра остатка оценка возраста G 24.7–0.6 дает диапазон от 2500 до 65 000 лет. Эпоха сближения — 60 000–80 000 лет, что позволяет говорить об ассоциации старого остатка и пульсара с возрастом примерно 60 000 лет. При $\tau_{\text{ch}} = 147 000$ лет, это хорошее соответствие. См. Рис. 3, 4 и Табл. 2.

4.3. J 1915+1009 / G 45.7–0.4

Здесь отличие вероятностей также составляет 5 раз. Эпоха минимальных сближений отдалена в прошлое на 200 000 лет. Возраст G 45.7–0.4 оценивается в диапазоне от 17 000 до 98 500 лет, следовательно, по временным критериям вероятность существования связи между объектами в паре достаточно мала. См. Рис. 5, 6 и Табл. 2.

4.4. J 1832–0827 / G 22.7–0.2

Для этой пары вероятности различаются в 10 раз (см. Рис. 7, 8 и Табл. 2), а при близости характеристического возраста и эпохи сближения ($\tau_{\text{ch}} = 161 000$ и $T(5) = 140 000$ лет) можно рассматривать возможность общего происхождения этих объектов. Однако остаток G 22.7–0.2 по расчетам получается слишком молод, чтобы эта возможность реализовалась. При небольшом диаметре (17 пк) [50] и допустимом разбросе расстояний, максимальная оценка его возраста составляет около 12 000 лет, что не позволяет пульсару долететь до остатка при наблюдаемых скоростях последнего.

4.5. J 1835–1106 / G 18.9–1.1

В этом случае апостериорная вероятность лишь в 2 раза выше априорной (см. Табл. 2, Рис. 9 и 10). Помимо этого, в G 18.9–1.1, вероятно, обнаружен центральный источник [53], который и может оказаться пульсаром, родившимся при взрыве сверхновой.

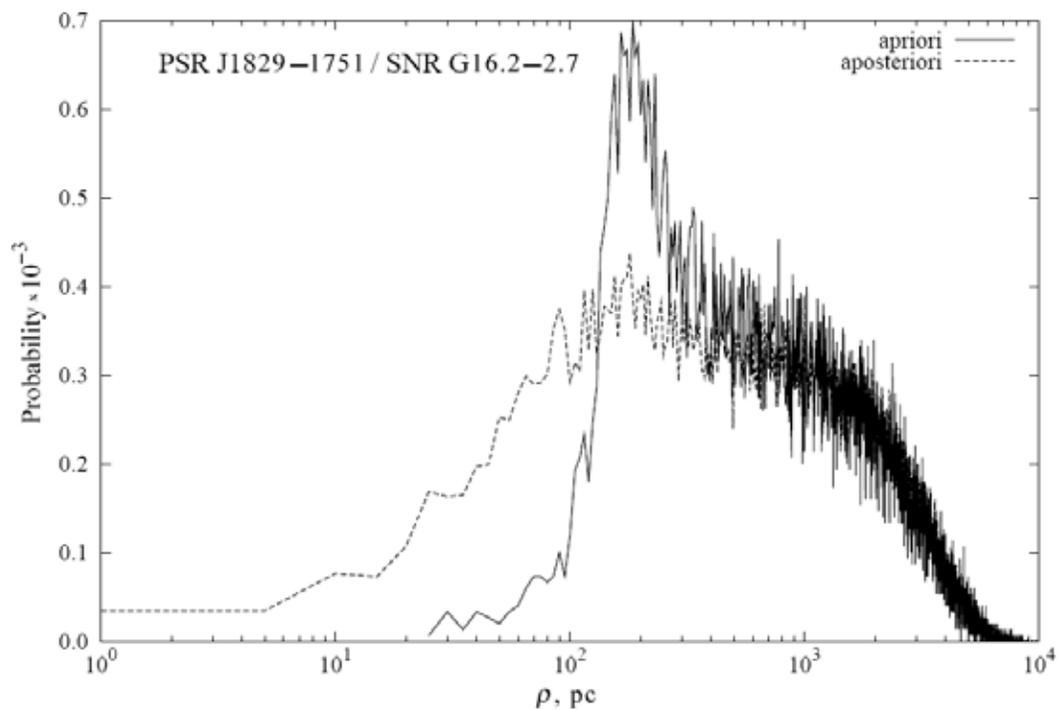


Рис. 1. Плотность вероятности сближений в зависимости от расстояния для пары J 1829–1751 / G 16.2–2.7. Здесь и далее на всех рисунках пунктиром показаны вероятности сближения объектов. Сплошной линией показаны априорные вероятности.

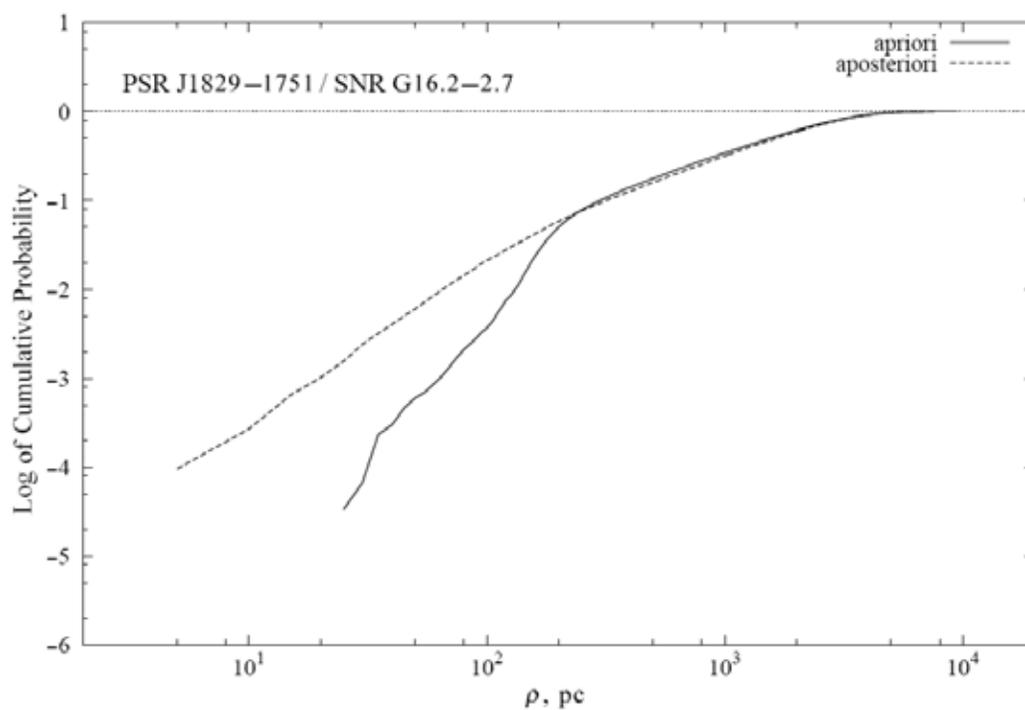


Рис. 2. Вероятность в зависимости от расстояния для пары J 1829–1751 / G 16.2–2.7.

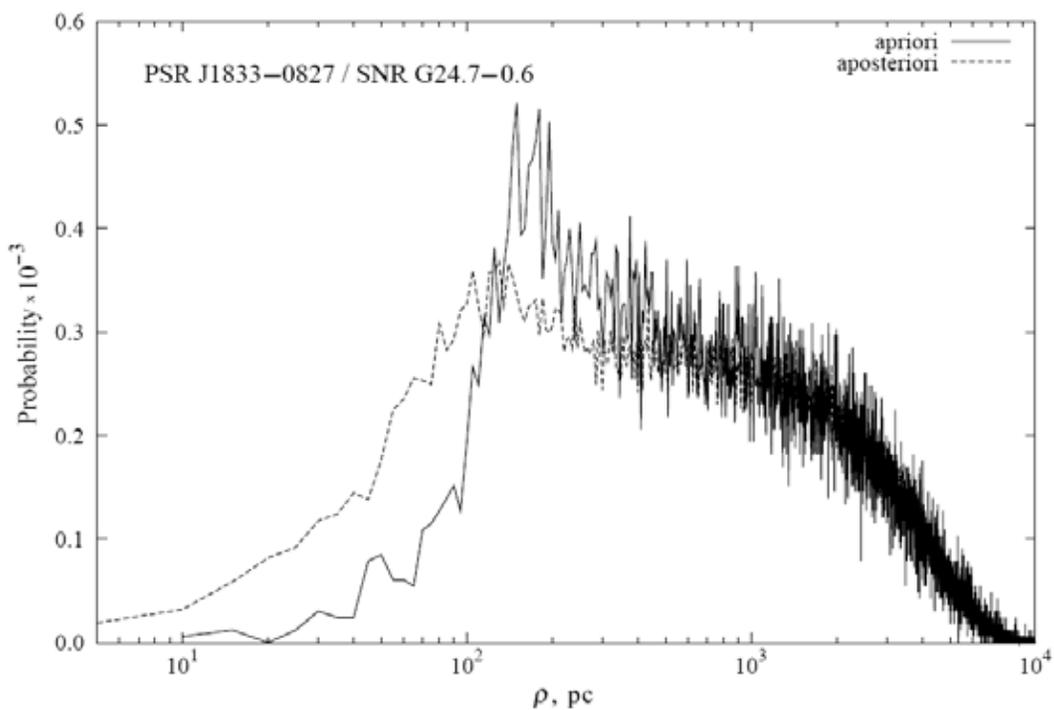


Рис. 3. Плотность вероятности сближений в зависимости от расстояния для пары J 1833–0827 / G 24.7–0.6.

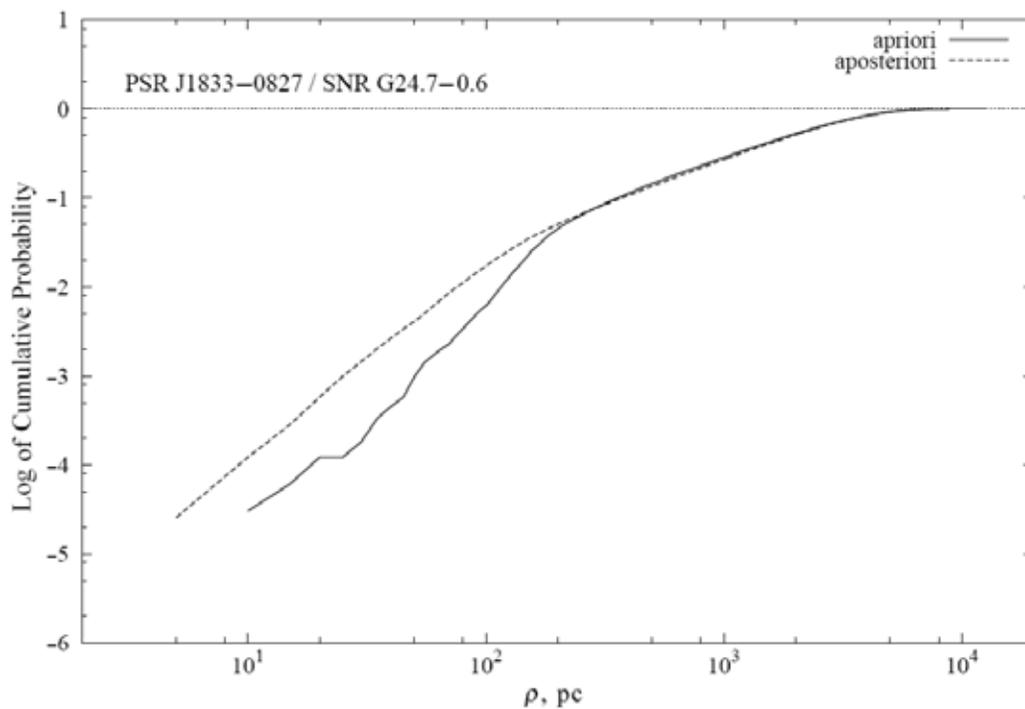


Рис. 4. Вероятность в зависимости от расстояния для пары J 1833–0827 / G 24.7–0.6.

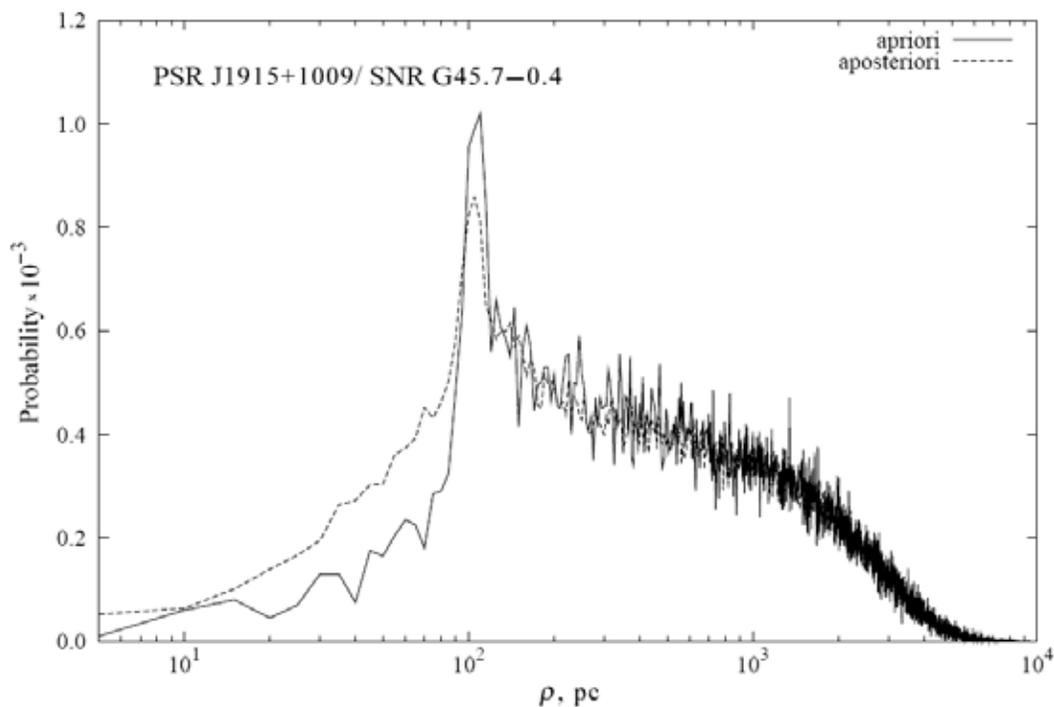


Рис. 5. Плотность вероятности сближений в зависимости от расстояния для пары J 1915–1009 / G 45.7–0.4.

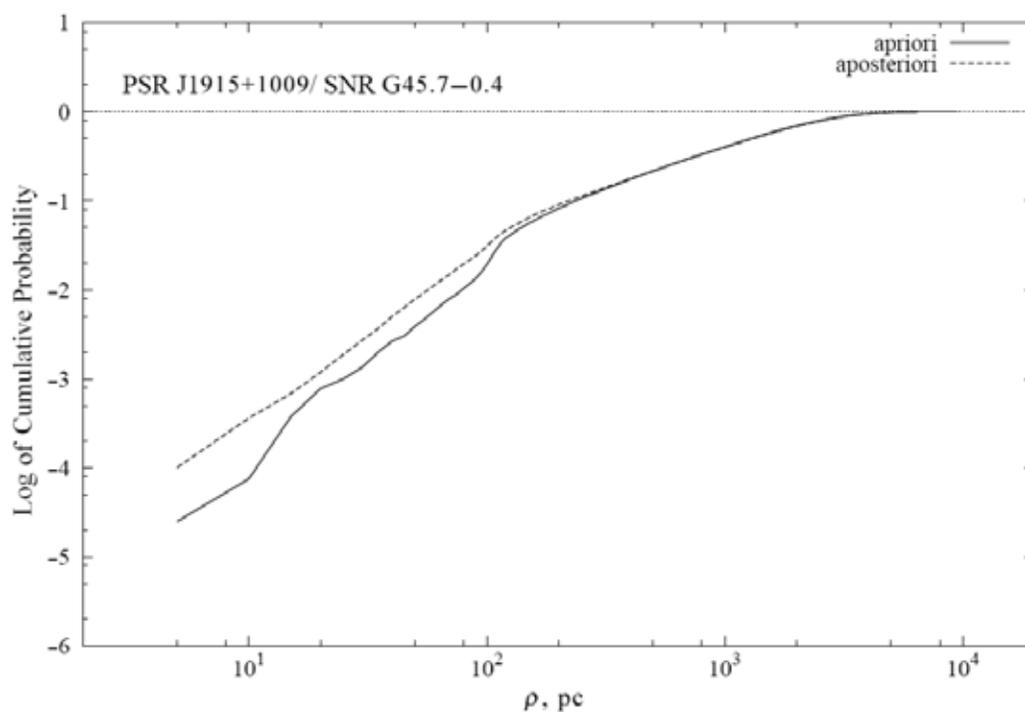


Рис. 6. Вероятность в зависимости от расстояния для пары J 1915–1009 / G 45.7–0.4.

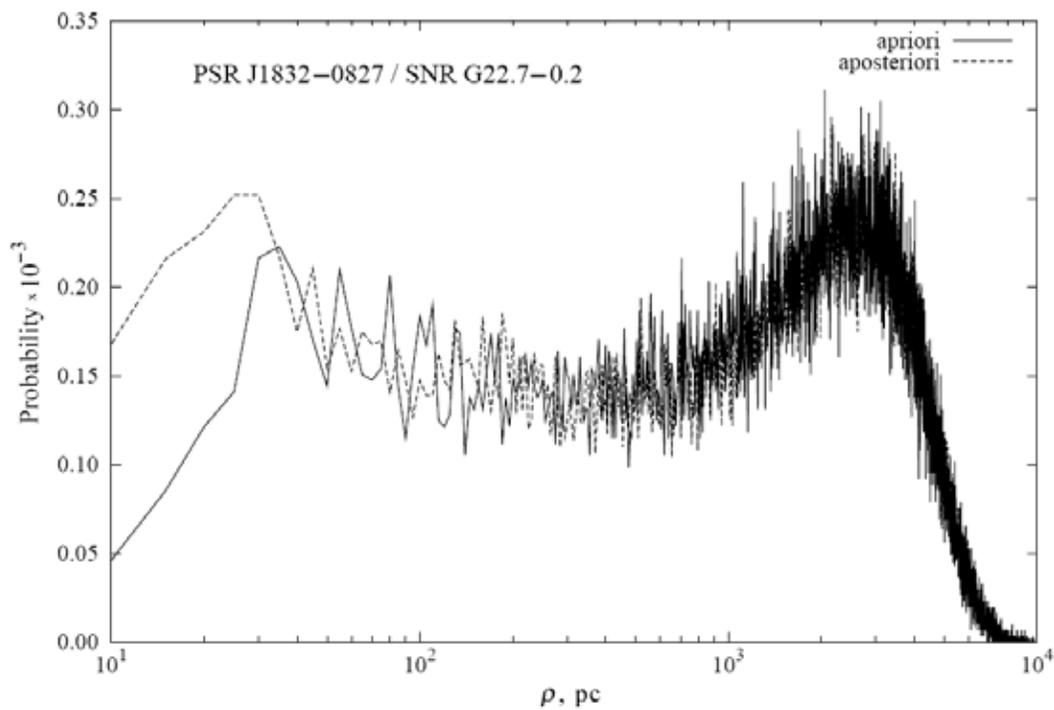


Рис. 7. Плотность вероятности сближений в зависимости от расстояния для пары J 1832–0827 / G 22.7–0.2.

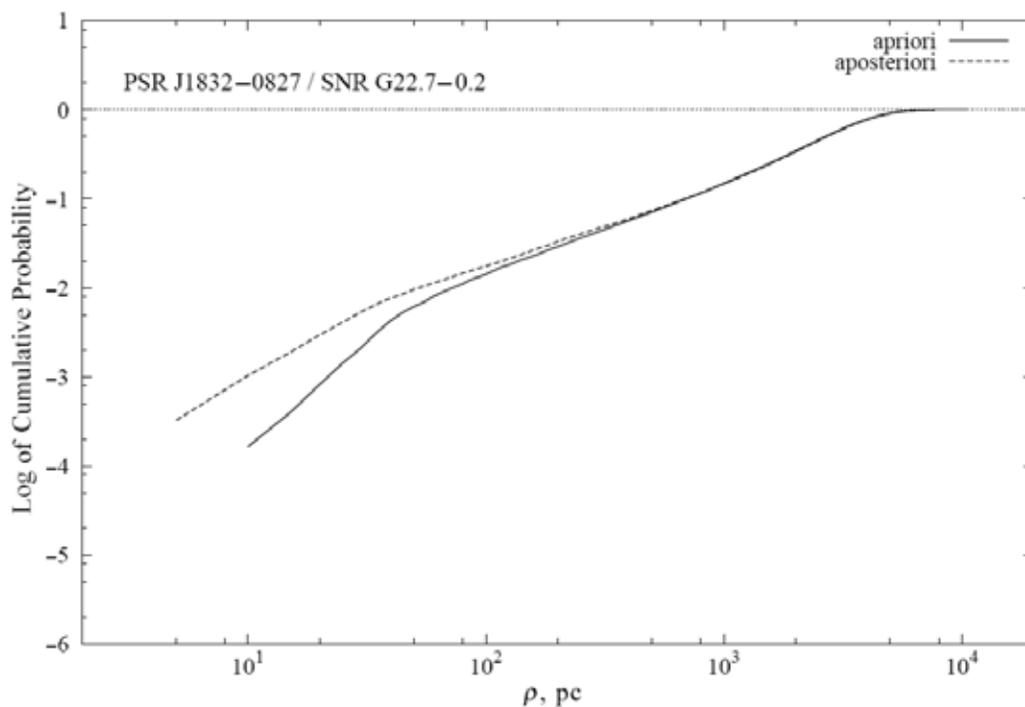


Рис. 8. Вероятность в зависимости от расстояния для пары J 1832–0827 / G 22.7–0.2.

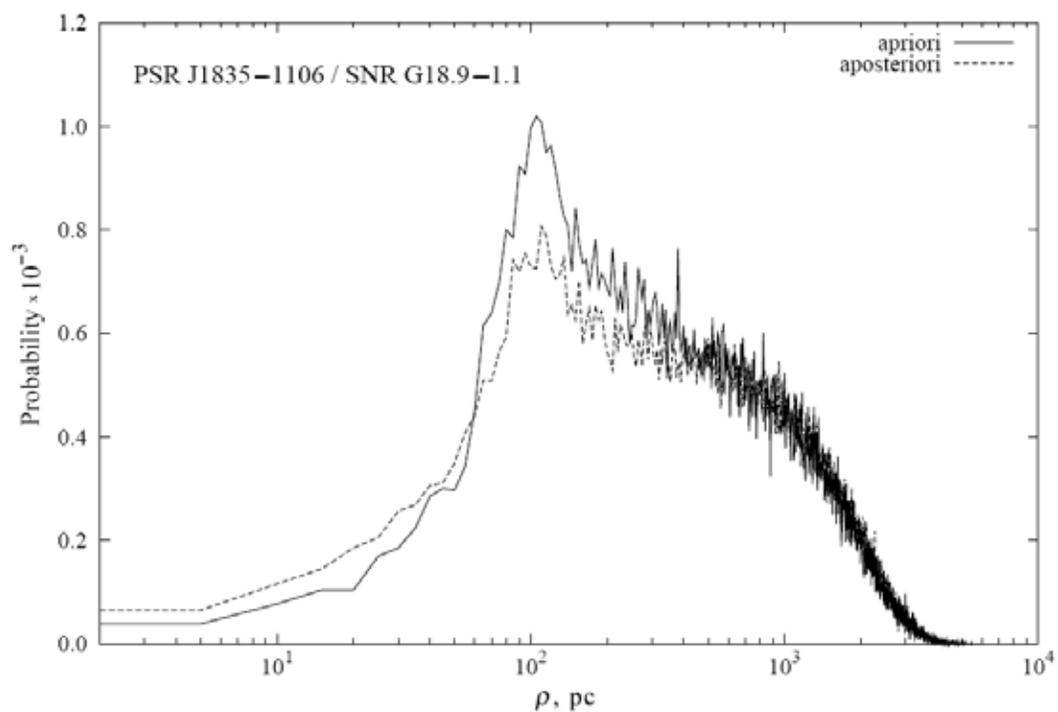


Рис. 9. Плотность вероятности сближений в зависимости от расстояния для пары J 1835–1106 / G 18.9–1.1.

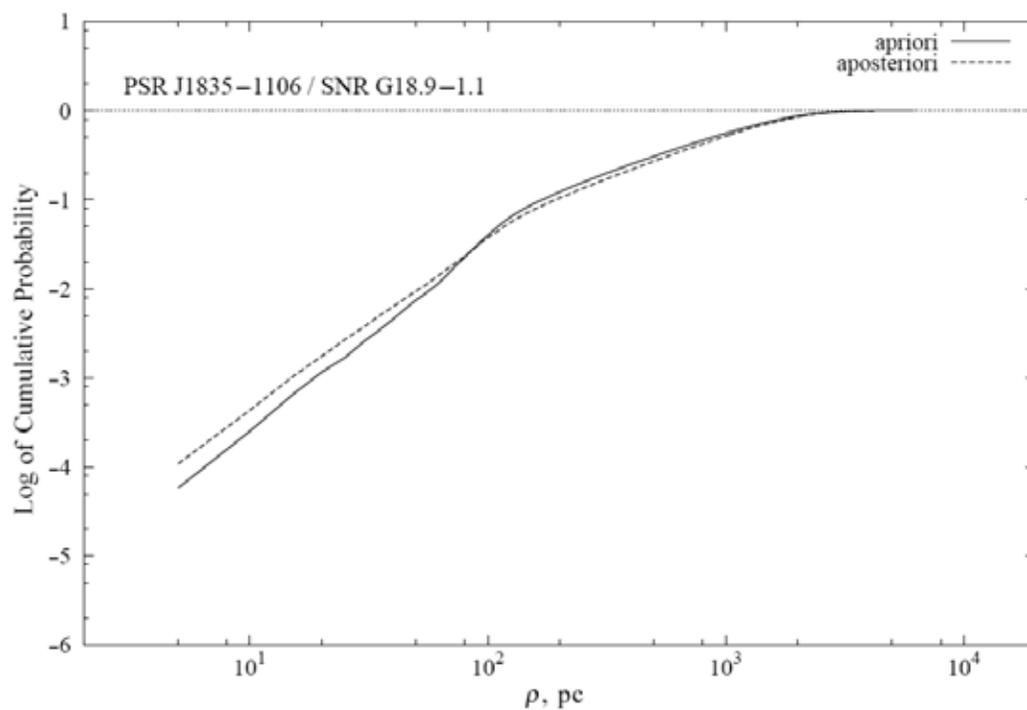


Рис. 10. Вероятность в зависимости от расстояния для пары J 1835–1106 / G 18.9–1.1.

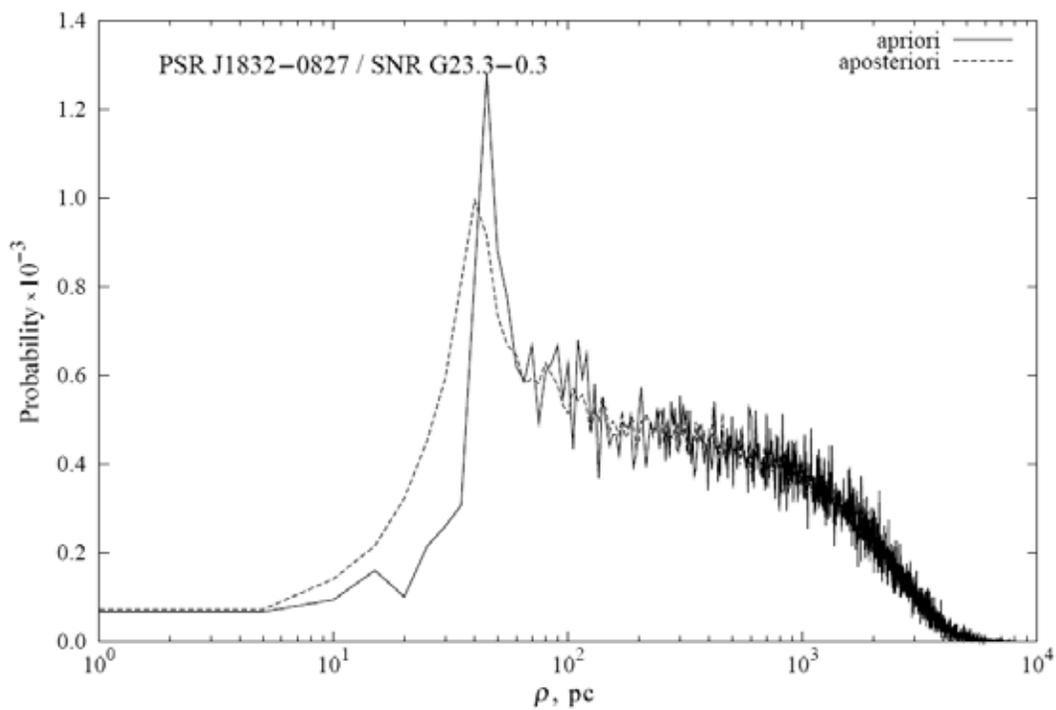


Рис. 11. Плотность вероятности сближений в зависимости от расстояния для пары J 1832–0827 / G 23.3–0.3.

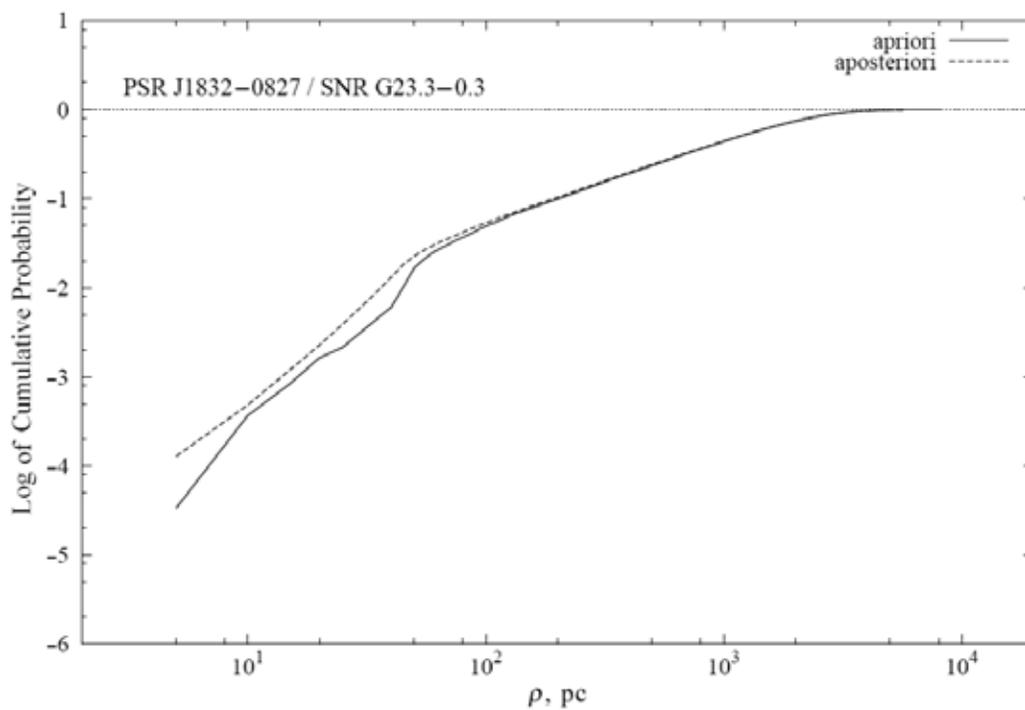


Рис. 12. Вероятность в зависимости от расстояния для пары J 1832–0827 / G 23.3–0.3.

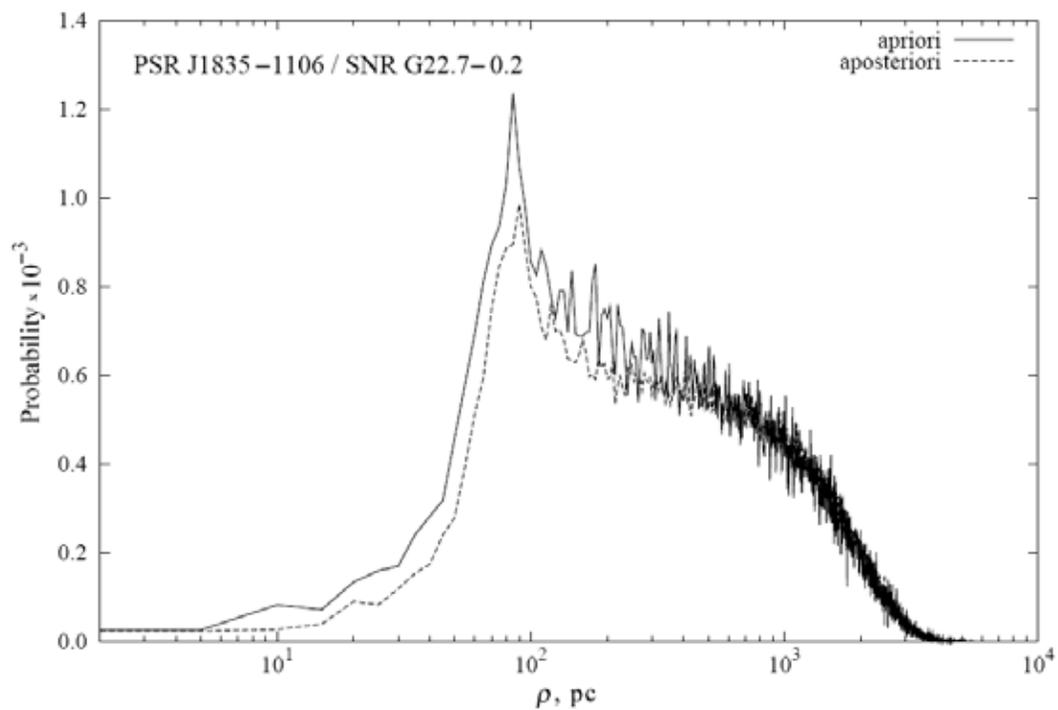


Рис. 13. Плотность вероятности сближений в зависимости от расстояния для пары J 1835–1106 / G 22.7–0.2.

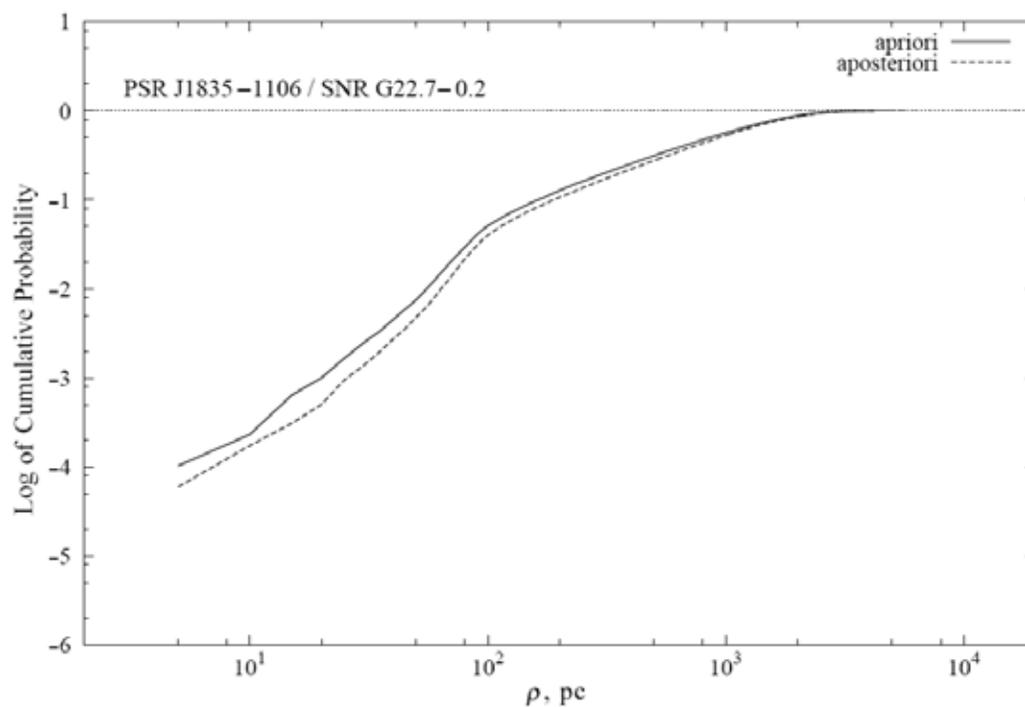


Рис. 14. Вероятность в зависимости от расстояния для пары J 1835–1106 / G 22.7–0.2.

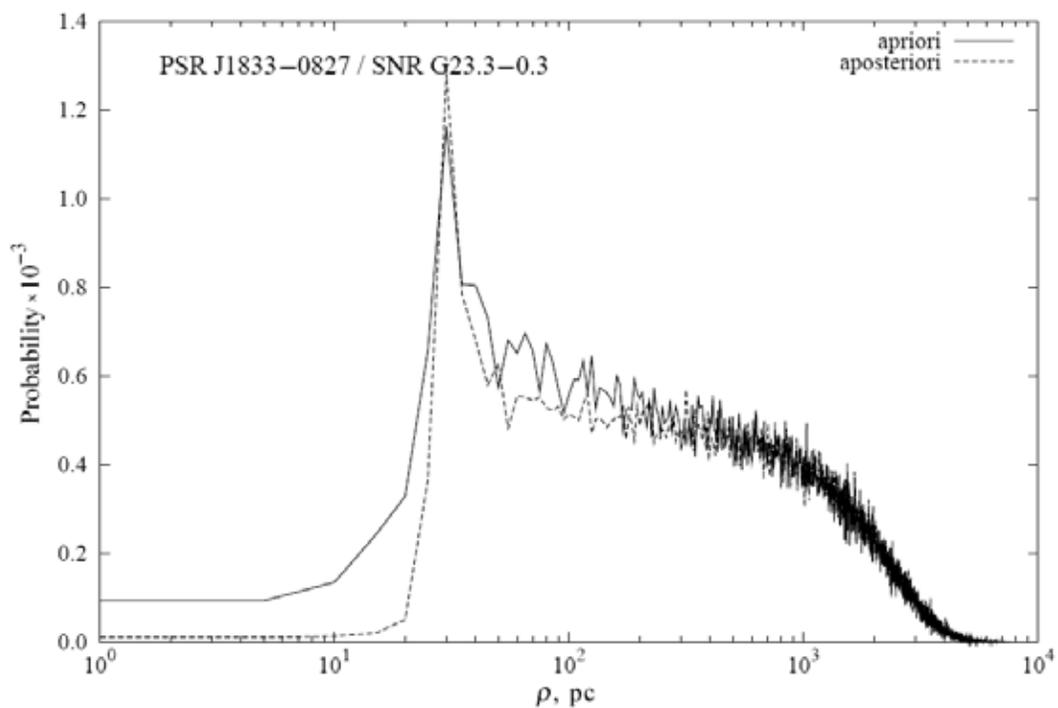


Рис. 15. Плотность вероятности сближений в зависимости от расстояния для пары J 1833–0827 / G 23.3–0.3.

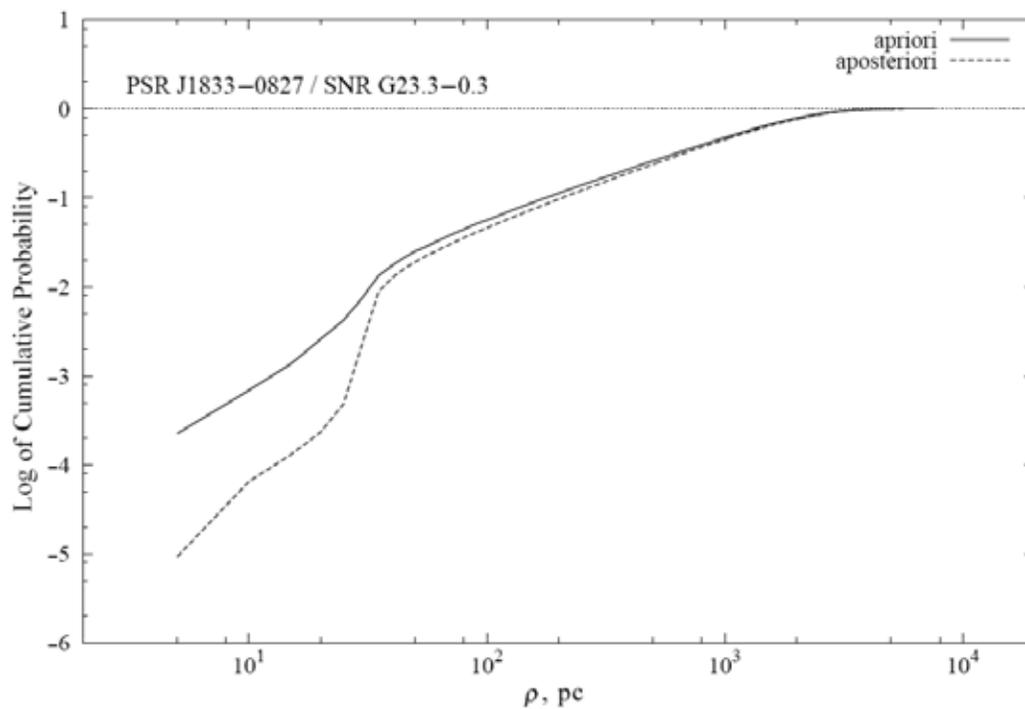


Рис. 16. Вероятность в зависимости от расстояния для пары J 1833–0827 / G 23.3–0.3

Таблица 2. Пары пульсар-остаток, возможно сближавшиеся в прошлом. N — полное число смоделированных пар траекторий, ρ_{\min} — расстояние минимального найденного сближения, $\rho_{0,\min}$ — расстояние априорного минимального сближения, $P_0(5)$ — априорная вероятность сближений на расстояние $\rho \leq 5$ пк, $P(5)$ — вероятность сближений на расстояние $\rho \leq 5$ пк, $T(5)$ — эпоха сближений на расстояние $\rho \leq 5$ пк, τ_{ch} — характеристический возраст пульсара, t_{SNR} — оценка возраста остатка вспышки сверхновой, D — диаметр остатка

Pulsar	SNR	N	ρ_{\min} , пк	$\rho_{0,\min}$, пк	$P_0(5)$	$P(5)$	$T(5)$, уг	τ_{ch} , уг	t_{SNR} , уг	D , пк
J 1829–1751	G 16.2–2.7	104 328	2.6	20.7	1×10^{-7}	9.6×10^{-5}	35 000	877 000	24 500	32
J 1833–0827	G 24.7–0.6	156 400	3.4	8.2	5×10^{-6}	2.5×10^{-5}	70 000	147 000	18 500	29
J 1915+1009	G 45.7–0.4	119 100	0.7	4.9	2×10^{-5}	1.0×10^{-4}	200 000	420 000	47 000	40
J 1832–0827	G 22.7–0.2	116 818	0.62	6.8	3×10^{-5}	3.0×10^{-4}	140 000	161 000	4000	17
J 1835–1106	G 18.9–1.1	129 709	0.64	4	5×10^{-5}	1.0×10^{-4}	40 000	128 000	6000	20
J 1832–0827	G 23.3–0.3	118 000	1.5	3.3	3×10^{-5}	1.2×10^{-4}	180 000	161 000	20 500	30
J 1835–1106	G 22.7–0.2	185 000	2.1	2.4	1×10^{-4}	5.0×10^{-5}	70 000	128 000	4000	17
J 1833–0827	G 23.3–0.3	108 000	2.4	1.2	2×10^{-4}	9.3×10^{-6}	150 000	147 000	20 500	30

4.6. J 1832–0827 / G 23.3–0.3

В этом случае апостериорная вероятность в 4 раза выше априорной (см. Рис. 11 и 12). Две эпохи так же находятся в хорошем согласии: $\tau_{\text{ch}} = 161\,000$ лет, эпоха сближений — 180 000 лет. Возраст остатка оценивается в 11 000–54 000 лет, что при данных скоростях не позволяет считать объекты связанными с большой степенью надежности, хотя и не исключает такую возможность.

4.7. J 1835–1106 / G 22.7–0.2

Эта пара объектов, будучи предварительно отобранной, тем не менее вряд ли имеет общее происхождение. Априорная вероятность сближения лишь в 2 раза выше апостериорной (см. Рис. 13 и 14).

4.8. J 1833–0827 / G 23.3–0.3

Пару J 1833–0827 / G 23.3–0.3, выделенную нами, также рассматривали Генслер и Джонстон [31]. Не моделируя траектории движения пульсара, они полагали, что объекты связаны основываясь на их пространственной близости. Однако они отмечают, что G 23.3–0.3 слишком молод для надежности этого вывода и что, если на самом деле его возраст близок к возрасту пульсара, то для объяснения его малых размеров потребовалась бы высокая плотность окружающей межзвездной среды. С другой стороны, [32] определяют возраст G 23.3–0.3 приблизительно в 100 000 лет, что является более приемлемым (для реализации связи) по временным шкалам.

Но, как показали Фанг и Жанг [54], результаты моделирования при столь больших возрасте и плотности среды не соответствуют наблюдаемым данным. Они оценивают возраст остатка примерно в 30 000 лет, что приблизительно соответствует нашим оценкам.

Как показали наши результаты, можно отвергнуть возможность связи J 1833–0827 / G 23.3–0.3 с хорошей долей уверенности. Отношение вероятностей составляет 0.047, т.е. априорная вероятность сближения почти в 22 раза выше апостериорной (см. Рис. 15 и 16). Поэтому, даже при почти идеальном совпадении характеристического возраста и эпохи максимального сближения (147 000 и 150 000 лет соответственно), считать эту пару связанной не представляется возможным. Этот случай, как и ситуация с парой J 1835–1106 / G 22.7–0.2, наглядно показывает, что из чисто пространственной близости объектов далеко не всегда следует их общее происхождение. Рассматриваемый метод позволяет отделить кинематически вероятные ассоциации от заведомо ложных.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Мы провели поиск кинематической связи между галактическими остатками сверхновых и одиночными радиопульсарами. Из исследованных пар наиболее вероятна связь между J 1829–1751 и G 16.2–2.7, и мы полагаем, что эти объекты имеют общее происхождение. Стоит также выделить пару объектов J 1833–0827 и G 24.7–0.6, которые близки по возрасту. С другой стороны, пары J 1833–0827 / G 23.3–0.3

и J 1835–1106 / G 22.7–0.2, скорее всего, не связаны. Об остальных парах можно сказать, что они могли сблизиться в прошлом и иметь общее происхождение, и по мере уточнения наших знаний об этих объектах предполагаемая связь будет либо подтверждена, либо опровергнута.

Задача поиска связи пульсаров и остатков сверхновых имеет большие перспективы. Описанный метод кинематической ассоциации позволит существенно улучшить наше знание об их возрастах. Постоянно открываются новые объекты — как пульсары, так и SNR. При темпе появления сверхновых 2–3 события в столетие и времени жизни остатков 10^5 лет в Галактике (на сегодняшний день) их должно насчитываться гораздо больше, чем мы наблюдаем: нам известно всего около 270 объектов. С развитием наблюдательных возможностей будут открыты все более слабые и старые остатки сверхновых — более старые, чем те, которые можно отличить от фона на сегодняшний день.

Уже сейчас разработаны новые методы, которые позволят выявлять все более слабые объекты. Например, в [55] предложен метод обнаружения старых остатков типа Ia по линии водорода 21 см. Обнаружение остатка Antlia SNR [56], чей возраст превышает миллион лет, свидетельствует о возможности обнаружения и других старых остатков. Самый большой возраст на сегодняшний день имеет остаток GSH 138-01-94 [57], находящийся в разреженной среде внешней части Галактики — 4.3 миллиона лет. В [58] рассматривается возможная ассоциация пульсара J 1932+2020, с характеристическим возрастом в 1 100 000 лет, и остатка G 55.0+0.3, верхняя возрастная граница которого даже превышает эту величину и составляет 2 300 000 лет. Если эти объекты действительно связаны, то за истинный возраст системы представляется разумным принять характеристический возраст пульсара, так как он достаточно стар, а точность определения τ_{ch} повышается с возрастом. Все это позволяет утверждать, что старые остатки существуют, и обнаружение связанных с ними релятивистских объектов вполне возможно.

Количество открытых пульсаров также растет; вместе с тем повышается точность измерений параметров уже известных пульсаров. По мере роста числа пульсаров с измеренным параллаксом, мы будем получать все более точные оценки скоростей и расстояний, существенно тем самым уменьшая ошибки моделирования траекторий. В то время как ошибки расстояний, полученных из оценки меры дисперсии, составляют 30%, а ошибка измерения собственных движений пульсара порой сравнима с их величиной и даже превышает ее, использование параллаксов снижает ошибки определения расстояний и собственных движений до десятков

парсек и сотых долей mas/уг, соответственно. С увеличением количества открытых радиопульсаров и остатков сверхновых будет повышаться и число этих объектов, имеющих общее происхождение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. H. A. Bethe and G. E. Brown, *Astrophys. J.* **506**, 780 (1998).
2. K. A. Postnov and L. R. Yungelson, *Living Reviews in Relativity* **9**, 6 (2006).
3. M. P. Muno, J. S. Clark, P. A. Crowther, et al., *Astrophys. J.* **636**, L41 (2006).
4. G. Hobbs, D. R. Lorimer, A. G. Lyne, et al., *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **360**, 974 (2005).
5. I. Iben and A. V. Tutukov, *Astrophys. J.* **456**, 738 (1996).
6. D. J. Helfand and E. Tademaru, *Astrophys. J.* **216**, 842 (1977).
7. I. S. Shklovskii, *Astronom. Zh.* **46**, 715 (1970).
8. R. J. Dewey and J. M. Cordes, *Astrophys. J.* **321**, 780 (1987).
9. A. Blaauw, *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **15**, 265 (1961).
10. J. R. I. Gott, J. E. Gunn and J. P. Ostriker, *Astrophys. J.* **160**, L91 (1970).
11. A. H. Batten, *Annu. Rev. Astronom. Astrophys.* **5**, 25 (1967).
12. A. Duquenooy and M. Mayor, *Astronom. and Astrophys.* **248**, 485 (1991).
13. J. L. Halbwachs, M. Mayor, S. Udry, et al., *Astronom. and Astrophys.* **397**, 159 (2003).
14. M. Bailes, *Astrophys. J.* **342**, 917 (1989).
15. P. D. Kiel and J. R. Hurley, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **395**, 2326 (2009).
16. A. Poveda, J. Ruiz, and C. Allen, *BOTT* **4**, 86 (1967).
17. V. V. Gvaramadze, *Astronom. and Astrophys.* **470**, L9 (2007).
18. V. V. Gvaramadze, A. Gualandris, and S. Portegies Zwart, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **385**, 929 (2008).
19. V. V. Gvaramadze, A. Gualandris, and S. Portegies Zwart, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **396**, 570 (2009).
20. T. A. Lozinskaya, *Supernovae and stellar winds: the interaction with the ISM* (Nauka, Moscow, 1986) [in Russian].
21. A. V. Zasov, K. A. Postnov, *General astrophysics* (Vek-2, Fryazino, 2006) [in Russian].
22. E. van der Swaluw, A. Achterberg, Y. A. Gallant, et al., *Astronom. and Astrophys.* **397**, 913 (2003).
23. E. G. Chmyreva, G. M. Beskin, and A. V. Biryukov, *Astron. Lett.* **36**, 116 (2010).
24. J. M. Cordes and T. J. W. Lazio, arXiv:astro-ph/0207156 (2002).
25. C. Tam and M. S. E. Roberts, *Astrophys. J.* **598**, 27 (2003).
26. B. M. Gaensler and D. A. Frail, *Nature* **406**, 158 (2000).
27. C.-A. Faucher-Giguère and V. M. Kaspi, *Astrophys. J.* **643**, 332 (2006).

28. J.-W. Xu, Y.-P. Hu, and H.-R. Zhang, arXiv:astro-ph/0909.0137v1 (2009).
29. D. A. Frail, W. M. Goss, and J. B. Z. Whiteoak, *Astrophys. J.* **437**, 781 (1994).
30. J. M. Shull, R. A. Fesen, and J. M. Saken, *Astrophys. J.* **346**, 860 (1989).
31. B. M. Gaensler and S. Johnston, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **275**, L73 (1995).
32. W. W. Tian, Z. Li, D. A. Leahy, et al., *Astrophys. J.* **657**, L25 (2007).
33. T. R. Clifton, A. G. Lyne, A. W. Jones, et al., *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **254**, 177 (1992).
34. J.B.Z. Whiteoak and A.J. Green, *Astronom. and Astrophys. Suppl. Ser.* **118**, 329 (1996).
35. W. W. Tian, M. Haverkorn, and H. Y. Zhang, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **378**, 1283 (2007).
36. W.-W. Tian and D. Leahy, *PABei* **22**, 308 (2004).
37. R. G. Strom, *Astrophys. J.* **319**, L103 (1987).
38. R. G. Strom and B. W. Stappers, *ASPC* **202**, 509 (2000).
39. S. R. Kulkarni, T. C. Clifton, D. C. Backer, et al., *Nature* **331**, 50 (1988).
40. D. A. Frail and S. R. Kulkarni, *Nature* **352**, 785 (1991).
41. J. A. Blazek, B. M. Gaensler, S. Chatterjee, et al., *Astrophys. J.* **652**, 1523 (2006).
42. F. Camilo, C.-Y. Ng, B. M. Gaensler, et al., *Astrophys. J.* **703**, L55 (2009).
43. S. Pineault and G. Joncas, *Astronom. J.* **120**, 3218 (2000).
44. D. Mihalas and J. Binney, *Galactic astronomy: Structure and kinematics* (San Francisco, W. H. Freeman and Co., 1981).
45. Z. Arzoumanian, D. F. Chernoff, and J. M. Cordes, *Astrophys. J.* **568**, 289 (2002).
46. R. G. Carlberg and K. A. Innanen, *Astronom. J.* **94**, 666 (1987).
47. K. Kuijken and G. Gilmore, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **239**, 571 (1989).
48. R. N. Manchester, G. B. Hobbs, A. Teoh, et al., *Astronom. J.* **129**, 1993–2006 (2005).
49. D. A. Green, *Bull. Astr. Soc. India* **37**, 45 (2009).
50. M. Stupar, M. D. Filipovic, Q. A. Parker, et al., *Astrophys. and Space Sci.* **307**, 423 (2007).
51. O. H. Guseinov, A. Ankey, and S. O. Tagieva, *Serb. Astron. J.* **167**, 93 (2003).
52. J.-W. Xu, X.-Z. Zhang, and J.-L. Han, *Chin. J. Astron. Astrophys.* **5**, 165 (2005).
53. N. Odegard, *Astronom. J.* **92**, 1372 (1986).
54. J. Fang and L. Zhang, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **384**, 1119 (2008).
55. B.-Ch. Koo and J.-H. Kang, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **349**, 983 (2004).
56. P. R. McCullough, B. D. Fields, and V. Pavlidou, *Astrophys. J.* **576**, L41 (2002).
57. J. M. Stil and J. A. Irwin, *Astrophys. J.* **563**, 816 (2001).
58. B. C. Matthews, B. J. Wallace, and A. R. Taylor, *Astrophys. J.* **493**, 312 (1998).

SEARCH FOR POSSIBLE CONNECTIONS BETWEEN ISOLATED RADIO PULSARS AND SUPERNOVA REMNANTS

E. G. Chmyreva, G. M. Beskin, A. V. Biryukov

We have developed a method of searching for the connections between the isolated radio pulsars and supernova remnants, based on the analysis of their kinematic characteristics. We investigate fairly young ($\tau_{\text{ch}} \lesssim 10^6$ yr) radio pulsars with known proper motions and estimated distances (dispersion measures), and supernova remnants located no more than 1–2 kpc away from them. Using a standard empirical radial velocity distribution, we have constructed 100–200 thousand trajectories for each of these pulsars, tracing back their possible motion in the Galactic gravitational field on a time-scale of a few million years. The probabilities of their close encounters with the SNRs at epochs consistent with the age of the pulsar are analyzed. When these probabilities exceed considerably their reference values, obtained by assuming a purely random encounter between the objects, we conclude that the pulsars may have originated in the SNRs under consideration. Out of eight preselected pairs of pulsar–SNR association candidates, two pairs, J 1829–1751 / G 16.2–2.7 and J 1833–0827 / G 24.7–0.6 may have a common origin with a high probability.

Keywords: *stars:pulsars:general—stars:supernovae:general—stars:kinematics and dynamics*